



Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала:

<http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 004.6

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНО-ФИНИТНОГО БЕЗ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ МЕТОДА ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ФИЛЬТРА КАЛМАНА

Иванов Ю.П., ¹Красненков Н.С.

ФГАОУ ВО "САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ", Санкт-Петербург, Россия (190000, город Санкт-Петербург, Большая Морская ул., д.67 лит. а), e-mail: ¹nikita.krasnenkov@gmail.com

В данном исследовании проводится сравнительный анализ характеристик спектрально-финитной фильтрации без обратной связи и фильтра Калмана для дискретных сигналов по точности, робастности и помехозащищенности. Цель сравнительного анализа сводится к установлению более точного и оптимального метода фильтрации измерительной информации относительно выбранной модели измерения.

Ключевые слова: Спектрально-финитная обработка, фильтр Калмана, фильтрация, робастность, помехозащищенность, точность.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE SPECTRAL-FINITE METHOD OF PROCESSING MEASUREMENT INFORMATION WITHOUT FEEDBACK AND THE KALMAN FILTER

Ivanov Yu.P., ¹Krasnenkov N.S.

ST. PETERSBURG STATE UNIVERSITY OF AEROSPACE INSTRUMENTATION, St. Petersburg, Russia (190000, St. Petersburg, Bolshaya Morskaya str., 67 lit. a), e-mail: ¹nikita.krasnenkov@gmail.com

In this study, a comparative analysis of the characteristics of spectral-finite filtering without feedback and the Kalman filter for discrete signals in terms of accuracy, robustness and noise immunity is carried out. The purpose of the comparative analysis is to establish a more accurate and optimal method for filtering measurement information relative to the selected measurement model.

Keywords: Spectral-finite processing, Kalman filter, filtration, robustness, noise immunity, accuracy.

Введение

В мире достаточно часто применяют в качестве метода обработки сигналов фильтр Калмана. Такое частое применение обуславливается целым рядом особенностей и преимуществ Калмановской фильтрации перед другими методами обработки [1, 2]. Как бы там ни было, фильтр Калмана так же имеет и ряд недостатков [3].

В качестве альтернативы Калмановской фильтрации, для устранения его недостатков, были придуманы новые методы обработки. К одному из таких методов относится спектрально-финитная обработка без обратной связи.

Оба метода являются линейными, таким образом, возникает необходимость проведения сравнительного анализа по точности, робастности и помехозащищенности с целью установления наиболее рационального метода обработки.

Спектрально-финитный метод фильтрации без обратной связью

Спектрально-финитная линейная оптимальная фильтрация дискретных сигналов характеризуется универсальностью применения [5]. Она применима для обработки как стационарных, так и нестационарных сигналов, как марковских, так и немарковских, не зависит от наличия или отсутствия коррелированной помехи измерения. Данный алгоритм отличается повышенной устойчивостью благодаря отсутствию обратной связи, а также простотой реализации.

Спектрально-финитная обработка без обратной связью определяется из следующих соотношений [5]:

1. Спектральное представление наблюдаемого сигнала сигнал $Y1_i$ в спектральном виде на i -ом интервале, размерности $d_i \times 1$, учитывая величину значения спектральных компонент d_i , записывается в следующем виде:

$$CY1d_i = BB1_i^T * Y1_i, i = k, k + 1, \dots, N, \quad (8)$$

где $BB1_i$ – матрица собственных векторов матрицы $Kx1_i$ на i -ом шаге оценки сигнала.

2. Корреляционная матрица $Kx1_i$ на i -ом интервале в спектральном представлении, размерности $d_i \times d_i$ определяется следующим образом:

$$CKx1d_i = BB1_i^T * Kx1_i * BB1_i, \quad (9)$$

3. Корреляционная матрица $Ky1_i$ в спектральном представлении, размерности $d_i \times d_i$ определяется в следующем виде:

$$CKy1d_i = BB1_i^T * Ky1_i * BB1_i, \quad (10)$$

4. Корреляционная матрица $Kx1y1_i$ векторов $X1_i$ и $Y1_i$ в спектральном представлении, размерности $d_i \times d_i$, которая учитывает величину значения спектральных компонент d_i :

$$CKx1y1d_i = BB1_i^T * Kx1y1_i * BB1_i, \quad (11)$$

5. Матрица оптимальных коэффициентов полезного сигнала $X1_i$ в i -ый момент времени, размерности $d_i \times d_i$, при спектральном представлении имеет следующий вид:

$$CA d_i^* = CKx1y1d_i \times CKy1d_i^{-1}, \quad (12)$$

6. Матрица, которая определяет во временной области оператор оптимального оценивания вектора $X1_i$ в i -ый момент времени, размерность которого $k \times k$, и с учетом величины значения спектральных компонент d_i :

$$Ad_r^* = BB1_i * CA d_i^* * BB1_i^T, \quad (13)$$

Сравнительный анализ спектрально-финитного метода обработки без обратной связи и фильтра Калмана

Сравнительный анализ рассмотрим на примере следующей модели измерения: $Y_i = X_i + N_i$, $i=1,2,\dots,n$, где Y_i , X_i и N_i – стационарные, гауссовские, эргодические, центрированные, случайные процессы.

Моделирование проводилось по следящим исходным данным:

1. Корреляционная функция полезного сигнала второго порядка марковости:

$$KX(\tau) = \sigma X^2 * e^{-\alpha X|\tau|} * (\cos(\beta X|\tau|) + \frac{\alpha}{\beta} * \sin(\beta X|\tau|))$$

2. Вид погрешности – коррелированный случайный процесс;
3. Среднеквадратическое отклонение: $\sigma = 1$;
4. Параметры робастности и помехозащищенности: $\alpha = \alpha_1 = \beta = \beta_1 = 0,01 \frac{1}{c}$,
 $\beta_2 = \beta_{21} = 0,1 \frac{m}{c}$;
5. СКО помехи и полезного сигнала для робастности и помехозащищенности:
 $SIG0 = SIG1 = SIG00 = SIG11 = 1$;
6. Используемая память фильтра финитно-временной обработки: $r = 4$;
7. Дискрет, определяемый по теореме Котельникова: $d = 4$ с;
8. Объем выборки: $N = 2000$.

Моделирование проводилось в компьютерном математическом пакете MathCad [6].

В ходе моделирования методов обработки информации, после завершения переходных процессов, были получены статистические оценки дисперсии, которые характеризуют точность спектрально-финитного метода обработки без обратной связи (СФО) и фильтра Калмана (ФК).

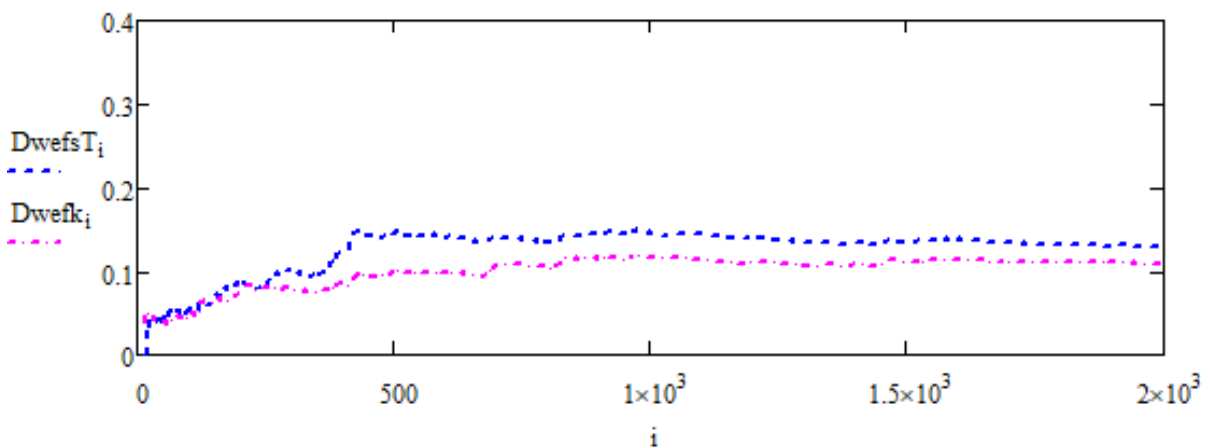


Рисунок 1. - График зависимости дисперсий ошибок оценок исследуемых методов обработки полезного сигнала от выборки. DwefsT – дисперсия ошибки оценки полезного сигнала СФО; Dwefk – дисперсия ошибки оценки полезного сигнала ФК.

Источник: анализ автора

Определим точность и времена переходных процессов исследуемых методов обработки в численном виде на конце интервала.

Таблица 1. - Значения точности и времени переходного процесса исследуемых методов обработки.

	СФО	ФК
Точность	0,131	0,111
Время ПП, с	1087	684

Источник: анализ автора

Сравнение на робастность будем проводить по следующим параметрам: r , d , α , β , β_2 , SIG0, SIG1. Ниже представим числовые данные робастности при отклонении заданного параметра робастности на $\pm 10\%$. Где RobsT – значение робастности спектрально-финитной обработки без обратной связи, Robk – значение робастности фильтра Калмана. Будем называть систему робастной, когда хотя бы один коэффициент робастности окажется меньше определенного значения, равного 0,3 [7].

Определим робастность спектрально-финитной обработки без обратной связи и фильтра Калмана по:

Параметру памяти фильтра – r:

$$\text{RobsT}(-) = 0,533; \text{RobsT}(+) = 0,276 \quad \text{Robk}(-) = 0,313; \text{Robk}(+) = 0,569$$

По параметру дискрета – d:

$$\text{RobsT}(-) = 0,699; \text{RobsT}(+) = 0,146 \quad \text{Robk}(-) = 0,553; \text{Robk}(+) = 0,052$$

По параметру – α :

$$\text{RobsT}(-) = 0,099; \text{RobsT}(+) = 0,064 \quad \text{Robk}(-) = 0,048; \text{Robk}(+) = 0,048$$

По параметру – β :

$$\text{RobsT}(-) = 0,04; \text{RobsT}(+) = 0,014 \quad \text{Robk}(-) = 0,182; \text{Robk}(+) = 0,165$$

По параметру – β_2 :

$$\text{RobsT}(-) = 0,694; \text{RobsT}(+) = 0,525 \quad \text{Robk}(-) = 0,736; \text{Robk}(+) = 0,474$$

По параметру СКО ошибки – SIG0:

$$\text{RobsT}(-) = 0,599; \text{RobsT}(+) = 0,907 \quad \text{Robk}(-) = 0,171; \text{Robk}(+) = 0,62$$

По параметру СКО полезного сигнала – SIG1:

$$\text{RobsT}(-) = 0,15; \text{RobsT}(+) = 0,254 \quad \text{Robk}(-) = 0,104; \text{Robk}(+) = 0,208$$

Сравнение на помехозащищенность будем проводить по следующим параметрам: α_1 , β_1 , β_2 , SIG00, SIG11. Ниже представим числовые данные робастности при отклонении заданного параметра помехи на $\pm 10\%$. Где PomsT – значение помехозащищенности спектрально-финитной обработки без обратной связи, Pomk – значение помехозащищенности фильтра Калмана. Будем называть систему помехозащищенной, когда хотя бы один коэффициент помехозащищенности окажется меньше определенного значения, равного 0,3 [7].

Определим помехозащищенность спектрально-финитной обработки без обратной связи и фильтра Калмана по:

По параметру – α_1 :

$$\text{PomsT}(-) = 0,346; \text{PomsT00}(+) = 0,415 \quad \text{Pomk}(-) = 0,468; \text{Pomk}(+) = 0,161$$

По параметру – β_1 :

$$\text{PomsT}(-) = 0,083; \text{PomsT}(+) = 0,158 \quad \text{Pomk}(-) = 0,041; \text{Pomk}(+) = 0,054$$

По параметру – β_2 :

$$\text{PomsT}(-) = 0,627; \text{PomsT}(+) = 0,653 \quad \text{Pomk}(-) = 0,599; \text{Pomk}(+) = 0,423$$

По параметру СКО ошибки – SIG00:

$$\text{PomsT}(-) = 1,529; \text{PomsT00}(+) = 2,499 \quad \text{Pomk}(-) = 1,539; \text{Pomk}(+) = 2,529$$

По параметру СКО полезного сигнала – SIG11:

$$\text{PomsT}(-) = 1,533; \text{PomsT00}(+) = 1,194 \quad \text{Pomk}(-) = 0,911; \text{Pomk}(+) = 1,234$$

Заключение

В данной работе был проведен сравнительный анализ линейных оптимальных методов фильтрации: спектрально-финитного метода без обратной связи, являющегося альтернативой Калмановской фильтрации, и самого фильтра Калмана, по показателям точности, робастности и помехозащищенности.

По показателю точности фильтрация Калмана оказалась немного точнее спектрально-финитной фильтрации без обратной связи, при этом время переходного процесса лучше у Калмановской фильтрации.

По показателю робастности спектрально-финитная фильтрация без обратной связи обладает робастностью по параметрам: r , d , α , β , $SIG0$. Калмановская фильтрация обладает робастностью по параметрам: d , α , β , $SIG0$, $SIG1$.

По показателю помехозащищенности спектрально-финитная фильтрация без обратной связи обладает помехозащищенностью по параметру: $\beta 1$. Фильтр Калмана обладает помехозащищенностью по параметрам: $\alpha 1$, $\beta 1$.

Таким образом, можно сделать вывод, что из двух методов фильтрации сигналов, фильтрация Калмана оказалась наиболее точна. По показателю робастности оба фильтра являются робастны в равной степени. По показателю помехозащищенности фильтр Калмана является более помехоустойчив.

Список литературы

1. Э. Сейдж, Дж. Мелс. Теория оценивания и ее применение в связи и управления. Связь. М. 1976, 495 с.
2. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. М. 1973, Энергия, 440 с.
3. Иванов Ю. П. Рекуррентный оптимальный метод фильтрации произвольных дискретных сигналов на фоне коррелированных помех измерения. Моделирование и ситуационное управление качеством сложных систем // Сборник докладов Третьей Всероссийской научной конференции. Санкт-Петербург. 2022. С. 27-32
4. Иванов Ю. П. Финитно-временной и спектрально-финитный методы оптимальной фильтрации дискретных сигналов // Морские интеллектуальные технологии. 2021. №3-1 (53). С. 154-160.
5. Иванов Ю. П. Спектрально-финитный метод оптимальной линейной фильтрации сигналов / Ю. П. Иванов. – Текст : электронный // Аэрокосмическое приборостроение и эксплуатационные технологии. – Сборник докладов Первой Международной научной конференции. – Санкт-Петербург, 2020. – С. 35-41.
6. Новиковский, Е. А. Учебное пособие «Работа в системе MathCAD» [Текст] / Е. А. Новиковский. – Барнаул: Типография АлтГТУ, 2013. – 114 с.
7. Иванов Ю. П., Никитин В. Г. Информационно-статистическая теория измерений. Методы оптимального синтеза информационно-измерительных, критерии оптимизации и свойства оценок. Учебное пособие. СПГУАП, С П. 2011. 102 с.

References

1. E. Sage, J. Mels. Evaluation theory and its application in communication and management. Svyaz. M. 1976, p. 495
2. Medich J. Statistically optimal linear estimates and control. M. 1973, Energiya, 440 p.

3. Ivanov Yu. P. Recurrent optimal method of filtering arbitrary discrete signals against the background of correlated measurement interference. Modeling and situational quality management of complex systems // Collection of reports of the Third All-Russian Scientific Conference. St. Petersburg. 2022. С. 27-32
 4. Ivanov Yu. P. Finite-time and spectral-finite methods of optimal filtering of discrete signals // Marine intelligent technologies. 2021. No.3-1 (53). pp. 154-160.
 5. Ivanov Yu. P. Spectral-finite method of optimal linear signal filtering / Yu. P. Ivanov. – Text : electronic // Aerospace instrumentation and operational technologies. – Collection of reports of the First International Scientific Conference. – St. Petersburg, 2020. – pp. 35-41.
 6. Novikov, E. A. Textbook "Work in the MathCAD system" [Text] / E. A. Novikov. Barnaul: Printing house of AltSTU, 2013. p.114
 7. Ivanov Yu. P., Nikitin V. G. Information and statistical theory of measurements. Methods of optimal synthesis of information and measurement, optimization criteria and evaluation properties. A study guide. SPGUAP, From p. 2011. p. 102
-