



Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала:

<http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 004.6

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФИНИТНО-ВРЕМЕННОГО С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ И СПЕКТРАЛЬНО-ФИНИТНОГО БЕЗ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Иванов Ю.П., ¹Красненков Н.С.

ФГАОУ ВО "САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ", Санкт-Петербург, Россия (190000, город Санкт-Петербург, Большая Морская ул., д.67 лит. а), e-mail: ¹nikita.krasnenkov@gmail.com

В настоящей статье проводится сравнительный анализ двух альтернативных методов фильтрации Калмана: оптимальной финитно-временной фильтрации с обратной связью и спектрально-финитной фильтрации без обратной связи. Анализ охватывает оценку точности, робастности и помехозащищенности каждого метода с целью определения наиболее рационального подхода к обработке сигналов в контексте заданной модели измерения.

Ключевые слова: Финитно-временная обработка, спектрально-финитная обработка, обратная связь, робастность, помехозащищенность, точность.

COMPARATIVE ANALYSIS OF FINITE-TIME FEEDBACK AND SPECTRAL-FINITE NON-FEEDBACK MEASUREMENT PROCESSING METHODS

Ivanov Yu.P., ¹Krasnenkov N.S.

ST. PETERSBURG STATE UNIVERSITY OF AEROSPACE INSTRUMENTATION, St. Petersburg, Russia (190000, St. Petersburg, Bolshaya Morskaya str., 67 lit. a), e-mail: ¹nikita.krasnenkov@gmail.com

This paper presents a comparative analysis of two alternative Kalman filtering methods: optimal finite-time filtering with feedback and spectral-finite filtering without feedback. The analysis covers the assessment of the accuracy, robustness and noise immunity of each method in order to determine the most rational approach to signal processing in the context of a given measurement model.

Keywords: Finite-time processing, spectral-finite processing, feedback, robustness, noise immunity, accuracy.

Введение

В настоящее время существуют различные методы обработки сигналов, являющиеся альтернативами фильтрации Калмана, традиционно считающейся наилучшей обработкой в классе линейных оценок [1, 2]. Такие методы нацелены на устранение ряда недостатков, присущих Калмановской фильтрации [3].

В данной статье рассмотрим такие альтернативные методы фильтрации, как новый финитно-временной с обратной связью метод оптимальной оценки измерительной информации на основе теоремы ортогонального проецирования и спектрально-финитный метод обработки без обратной связи.

Оба метода обладают рядом преимуществ и особенностей, вследствие чего возникает необходимость проведения сравнительного анализа альтернативных способов фильтрации сигналов.

Финитно-временной метод фильтрации с обратной связью

Финитно-временной метод обработки сигналов с обратной связью, обладает универсальностью по отношению к коррелированным и некоррелированным ошибкам моделей измерения [4]. Данный метод обеспечивает оптимальную оценку по среднеквадратичной ошибки на заданном временном отрезке. Он характеризуется простотой реализации алгоритмов, не требует представления сигналов в пространстве состояний и демонстрирует точность, эквивалентную фильтру Калмана.

Оптимальная финитно-временная обработка с обратной связью определяется из следующих соотношений [4]:

1. Модель измерения, которая подается на вход фильтра финитно-временной обработки с обратной связью:

$$Y_i = X_i + N_i, \quad i=1,2,\dots,n, \quad (1)$$

где Y_i – результат измерений в момент времени i ; X_i – оцениваемый дискретный сигнал.

2. Вектор полезного сигнала, размерности $r \times 1$:

$$X1_i = |X_i, X_{i-1}, \dots, X_{i-r+1}|^T, \quad (2)$$

3. Вектор оценки полезного сигнала, размерности $r \times 1$:

$$Z1_i = |Y_i, \hat{X}_{i-1}^*, \dots, \hat{X}_{i-r+1}^*|^T, \quad (3)$$

где $Y_i, i=1,2,\dots,n$ – текущий результат измерений; $\hat{X}_p^*, p=i-1, i-2, \dots, i-r+1$ – оптимальные оценки сигнала, полученные в $r-1$ моменты времени.

4. Оптимальные оценки полезного сигнала:

$$\hat{X}1_i^* = A_i^* \cdot Z1_i + \hat{X}N1_i, \quad (4)$$

где $\hat{X}N1_i$ – вектор несмещенных оценок.

5. Вектор оптимальных оценок, размерности $r \times 1$:

$$\hat{X}1_i^* = |\hat{X}_i^*, \hat{X}1_{i-1}^*, \dots, \hat{X}_{i-r+1}^*|^T, \quad (5)$$

6. Корреляционная матрица A_i размерностью $r \times r$ преобразующая вектор результатов измерения в вектор оценок $\hat{X}1_i^*$:

$$A_i^* = Kx1_i z1_i \times Kz1_i^{-1}, \quad (6)$$

где $Kx1_i z1_i$ – матрица взаимных корреляционных моментов для векторных сигналов $X1_i$ и выходного сигнала $Z1_i$ размерности $r \times r$; $Kz1_i$ – матрица корреляционных моментов входного сигнала $Z1_i$, размерности $r \times r$.

7. Вектор несмещенных оценок:

$$\hat{X}N1_i = [I - A_i^*] \cdot M[X1_i] - A_i^* \cdot M[H1_i], \quad (7)$$

$$i = r, r + 1, \dots, n.$$

где $M[X1_i]^T = \{M[X_i], M[X_{i-1}], M \dots, M[X_{i-r+1}]\}$ – математическое ожидание вектора $X1_i$; $M[H1_i]^T = |M[H_i], M[E_{i-1}^*], \dots, M[E_{i-r+1}^*]|$ – математическое ожидание, состоящие из помехи $H1_i$ и ошибки оптимальной оценки $M[E_k^*], k=i-1, i-2, \dots, i-r+1$.

Спектрально-финитный метод фильтрации без обратной связью

Спектрально-финитная линейная оптимальная фильтрация дискретных сигналов характеризуется универсальностью применения [5]. Она применима для обработки как стационарных, так и нестационарных сигналов, как марковских, так и немарковских процессов, не зависит от наличия или отсутствия коррелированной помехи измерения. Данный алгоритм отличается повышенной устойчивостью благодаря отсутствию обратной связи, а также простотой реализации. Несмотря на это, спектрально-финитная фильтрация уступает по точности фильтрации Калмана.

Спектрально-финитная обработка без обратной связью определяется из следующих соотношений [5]:

1. Спектральное представление наблюдаемого сигнала сигнал $Y1_i$ в спектральном виде на i -ом интервале, размерности $d_i \times 1$, учитывая величину значения спектральных компонент d_i , записывается в следующем виде:

$$CY1d_i = BB1_i^T * Y1_i, i = k, k + 1, \dots, N, \quad (8)$$

где $BB1_i$ – матрица собственных векторов матрицы $Kx1_i$ на i -ом шаге оценки сигнала.

2. Корреляционная матрица $Kx1_i$ на i -ом интервале в спектральном представлении, размерности $d_i \times d_i$ определяется следующим образом:

$$CKx1d_i = BB1_i^T * Kx1_i * BB1_i, \quad (9)$$

3. Корреляционная матрица $Ky1_i$ в спектральном представлении, размерности $d_i \times d_i$ определяется в следующем виде:

$$CKy1d_i = BB1_i^T * Ky1_i * BB1_i, \quad (10)$$

4. Корреляционная матрица $Kx1y1_i$ векторов $X1_i$ и $Y1_i$ в спектральном представлении, размерности $d_i \times d_i$, которая учитывает величину значения спектральных компонент d_i :

$$CKx1y1d_i = BB1_i^T * Kx1y1_i * BB1_i, \quad (11)$$

5. Матрица оптимальных коэффициентов полезного сигнала $X1_i$ в i -ый момент времени, размерности $d_i \times d_i$, при спектральном представлении имеет следующий вид:

$$CA d_i^* = CKx1y1d_i \times CKy1d_i^{-1}, \quad (12)$$

6. Матрица, которая определяет во временной области оператор оптимального оценивания вектора $X1_i$ в i -ый момент времени, размерность которого $k \times k$, и с учетом величины значения спектральных компонент d_i :

$$Ad_r^* = BB1_i * CA d_i^* * BB1_i^T, \quad (13)$$

Сравнительный анализ финитно-временного метода обработки с обратной связью и спектрально-финитного метода обработки без обратной связи

Сравнительный анализ рассмотрим на примере следующей модели измерения, как частного случая: $Y_i = X_i + N_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, где Y_i , X_i и N_i – стационарные, гауссовские, эргодические, центрированные, случайные процессы.

Моделирование проводилось по следящим исходным данным:

- Корреляционная функция полезного сигнала первого порядка марковости:

$$KX(\tau) = \sigma X^2 \cdot e^{-\alpha X \cdot |\tau|};$$

- Вид погрешности – коррелированный случайный процесс;

- Среднеквадратическое отклонение: $\sigma = 1$;
- Параметры робастности и помехозащищенности: $\alpha = \alpha_1 = 0,01 \frac{1}{c}$,
 $\beta_2 = \beta_{21} = 0,1 \frac{M}{c}$;
- СКО помехи и полезного сигнала для робастности и помехозащищенности:
 $SIG0 = SIG1 = SIG00 = SIG11 = 1$;
- Используемая память фильтра финитно-временной обработки: $r = 4$
- Дискрет, определяемый по теореме Котельникова: $d = 4$ с;
- Объем выборки: $N = 2000$.

Моделирование проводилось в компьютерном математическом пакете MathCad [6].

В ходе моделирования методов обработки информации, после завершения переходных процессов, были получены статистические оценки дисперсии, которые характеризуют точность финитно-временного метода обработки с обратной связью (ФВОсОС) и спектрально-финитного метода обработки без обратной связи (СФО).

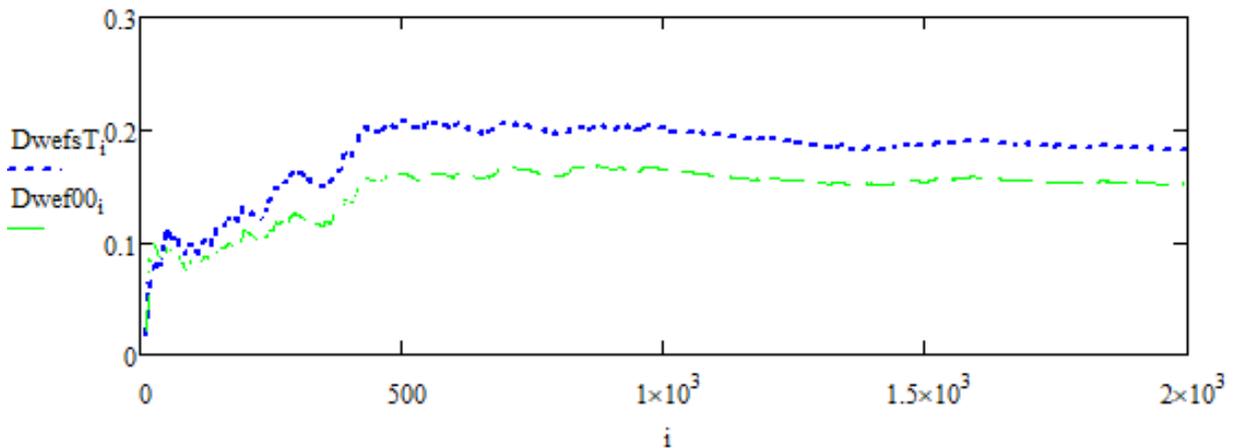


Рисунок 1. - График зависимости дисперсий ошибок оценок исследуемых методов обработки полезного сигнала от выборки. Dwef00 – дисперсия ошибки оценки полезного сигнала ФВОсОС; Dweft – дисперсия ошибки оценки полезного сигнала СФО.

Источник: анализ автора

Определим точность и времена переходных процессов исследуемых методов обработки в численном виде на конце интервала.

Таблица 1. - Значения точности и времени переходного процесса исследуемых методов обработки.

	ФВОсОС	СФО
Точность	0,152	0,182
Время ПП, с	974	1001

Источник: анализ автора

Сравнение на робастность будем проводить по следующим параметрам: r , d , α , β_2 , $SIG0$, $SIG1$. Ниже представим числовые данные робастности при отклонении заданного параметра

робастности на $\pm 10\%$. Где Rob00 – значение робастности финитно-временной обработки с обратной связью, RobsT – значение робастности спектрально-финитной обработки без обратной связи. Будем называть систему робастной, когда хотя бы один коэффициент робастности окажется меньше определенного значения, равного 0,3 [7].

Определим робастность финитно-временной обработки с обратной связью и спектрально-финитной обработки без обратной связи по:

Параметру памяти фильтра – r:

$$\text{Rob00}(-) = 0,112; \text{Rob00}(+) = 0,266 \quad \text{RobsT}(-) = 0,188; \text{RobsT}(+) = 0,013$$

По параметру дискрета – d:

$$\text{Rob00}(-) = 0,195; \text{Rob00}(+) = 0,035 \quad \text{RobsT}(-) = 0,047; \text{RobsT}(+) = 0,138$$

По параметру – α :

$$\text{Rob00}(-) = 0,121; \text{Rob00}(+) = 0,316 \quad \text{RobsT}(-) = 0,249; \text{RobsT}(+) = 0,337$$

По параметру – β_2 :

$$\text{Rob00}(-) = 0,058; \text{Rob00}(+) = 0,079 \quad \text{RobsT}(-) = 0,075; \text{RobsT}(+) = 0,045$$

По параметру СКО ошибки – SIG0:

$$\text{Rob00}(-) = 0,811; \text{Rob00}(+) = 0,909 \quad \text{RobsT}(-) = 0,786; \text{RobsT}(+) = 0,742$$

По параметру СКО полезного сигнала – SIG1:

$$\text{Rob00}(-) = 0,336; \text{Rob00}(+) = 0,06 \quad \text{RobsT}(-) = 0,159; \text{RobsT}(+) = 0,147$$

Сравнение на помехозащищенность будем проводить по следующим параметрам: α_1 , β_2 , SIG0, SIG1. Ниже представим числовые данные помехозащищенности при отклонении заданного параметра помехи на $\pm 10\%$. Где Pom00 – значение помехозащищенности финитно-временной обработки с обратной связью, PomsT – значение помехозащищенности спектрально-финитной обработки без обратной связи. Будем называть систему помехозащищенной, когда хотя бы один коэффициент помехозащищенности окажется меньше определенного значения, равного 0,3 [7].

Определим помехозащищенность финитно-временной обработки с обратной связью и спектрально-финитной обработки без обратной связи по:

По параметру – α_1 :

$$\text{Pom00}(-) = 0,59; \text{Pom00}(+) = 0,188 \quad \text{PomsT}(-) = 0,673; \text{PomsT}(+) = 0,31$$

По параметру – β_2 :

$$\text{Pom00}(-) = 0,093; \text{Pom00}(+) = 0,25 \quad \text{PomsT}(-) = 0,187; \text{PomsT}(+) = 0,153$$

По параметру СКО ошибки – SIG0:

$$\text{Pom00}(-) = 1,392; \text{Pom00}(+) = 2,538 \quad \text{PomsT}(-) = 1,379; \text{PomsT}(+) = 2,489$$

По параметру СКО полезного сигнала – SIG1:

$$\text{Pom00}(-) = 0,778; \text{Pom00}(+) = 1,439 \quad \text{PomsT}(-) = 0,928; \text{PomsT}(+) = 1,721$$

Заключение

В данной работе был проведен сравнительный анализ линейных оптимальных методов фильтрации, являющихся альтернативами Калмановской фильтрации: финитно-временного метода с обратной связью и спектрально-финитного метода без обратной связи, по показателям точности, робастности и помехозащищенности.

По показателю точности финитно-временная фильтрация с обратной связью оказалась точнее, а время ее переходного процесса меньше.

По показателю робастности финитно-временная фильтрация с обратной связью обладает робастностью по параметрам: r , d , α , β_2 , $SIG1$. Спектрально-финитная фильтрация без обратной связи обладает робастностью по параметрам: r , d , α , β_2 , $SIG1$.

По показателю помехозащищенности финитно-временная фильтрация с обратной связью обладает помехозащищенностью по параметрам: α , β_2 . Спектрально-финитная фильтрация без обратной связи обладает помехозащищенностью по параметру: β_2 .

Таким образом, можно сделать вывод, что из двух альтернативных методов фильтрации Калмана наиболее точным оказался финитно-временной фильтр с обратной связью. По показателю робастности оба фильтра являются робастны. По показателю помехозащищенности финитно-временной фильтр более помехоустойчив.

Список литературы

1. Э. Сейдж, Дж. Мелс. Теория оценивания и ее применение в связи и управления. Связь. М. 1976, 495 с.
2. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. М. 1973, Энергия, 440 с.
3. Иванов Ю. П. Рекуррентный оптимальный метод фильтрации произвольных дискретных сигналов на фоне коррелированных помех измерения. Моделирование и ситуационное управление качеством сложных систем // Сборник докладов Третьей Всероссийской научной конференции. Санкт-Петербург. 2022. С. 27-32
4. Иванов Ю. П. Финитно-временной и спектрально-финитный методы оптимальной фильтрации дискретных сигналов // Морские интеллектуальные технологии. 2021. №3-1 (53). С. 154-160.
5. Иванов Ю. П. Спектрально-финитный метод оптимальной линейной фильтрации сигналов / Ю. П. Иванов. – Текст : электронный // Аэрокосмическое приборостроение и эксплуатационные технологии. – Сборник докладов Первой Международной научной конференции. – Санкт-Петербург, 2020. – С. 35-41.
6. Новиковский, Е. А. Учебное пособие «Работа в системе MathCAD» [Текст] / Е. А. Новиковский. – Барнаул: Типография АлтГТУ, 2013. – 114 с.
7. Иванов Ю. П., Никитин В. Г. Информационно-статистическая теория измерений. Методы оптимального синтеза информационно-измерительных, критерии оптимизации и свойства оценок. Учебное пособие. СПГУАП, С П. 2011. 102 с.

References

1. E. Sage, J. Mels. Evaluation theory and its application in communication and management. Svyaz. M. 1976, p. 495
2. Medich J. Statistically optimal linear estimates and control. M. 1973, Energiya, 440 p.
3. Ivanov Yu. P. Recurrent optimal method of filtering arbitrary discrete signals against the background of correlated measurement interference. Modeling and situational quality management of complex systems // Collection of reports of the Third All-Russian Scientific Conference. St. Petersburg. 2022. С. 27-32
4. Ivanov Yu. P. Finite-time and spectral-finite methods of optimal filtering of discrete signals // Marine intelligent technologies. 2021. No.3-1 (53). pp. 154-160.

5. Ivanov Yu. P. Spectral-finite method of optimal linear signal filtering / Yu. P. Ivanov. – Text : electronic // Aerospace instrumentation and operational technologies. – Collection of reports of the First International Scientific Conference. – St. Petersburg, 2020. – pp. 35-41.
 6. Novikov, E. A. Textbook "Work in the MathCAD system" [Text] / E. A. Novikov. Barnaul: Printing house of AltSTU, 2013. p.114
 7. Ivanov Yu. P., Nikitin V. G. Information and statistical theory of measurements. Methods of optimal synthesis of information and measurement, optimization criteria and evaluation properties. A study guide. SPGUAP, From p. 2011. p. 102
-