



Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала:

<http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 539.3

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ МЕЖДУ ТЕМПЕРАТУРНЫМИ И КОНЦЕНТРАЦИОННЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

**Канарейкин А.И.**

ФГБОУ ВО «РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ (МГРИ)», Москва, Россия, (МГРИ), г. Москва, Российская Федерация, (117485, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 23), e-mail: [kanareykins@mail.ru](mailto:kanareykins@mail.ru)

Работа посвящена термонапряженному состоянию тел. В ней рассматривается математическая аналогия между задачами теплопроводности и диффузии распространяется на задачи определения температурных и концентрационных напряжений. В статье показано, что рассматриваемая аналогия позволяет использовать известные уравнения термомеханики для определения концентрационных напряжений.

Ключевые слова: температурные напряжения, концентрационные напряжения, температурные деформации, ядерные реакции, тепловыделение.

## MATHEMATICAL ANALOGY BETWEEN TEMPERATURE AND CONCENTRATION STRESSES

**Kanareykin A.I.**

SERGO ORDZHONIKIDZE RUSSIAN STATE UNIVERSITY FOR GEOLOGICAL PROSPECTING, Moscow, Russia, (117485, Moscow, st. Miklukho-Maklaya 23), e-mail: [kanareykins@mail.ru](mailto:kanareykins@mail.ru)

The work is devoted to the thermally stressed state of bodies. It considers the mathematical analogy between the problems of thermal conductivity and diffusion and extends to the problems of determining temperature and concentration stresses. The article shows that the analogy under consideration makes it possible to use the well-known equations of thermomechanics to determine concentration stresses.

Keywords: Temperature stresses, concentration stresses, temperature deformations, nuclear reactions, heat release.

Одной из причин появления неоднородной температурной деформации является объемное тепловыделение за счет ядерных реакций. Это присуще элементам конструкций ядерных энергетических установок различного функционального назначения. Процесс выделения тепла обусловлен превращением кинетической энергии осколков деления тяжелых элементов (урана, плутония, тория) в тепловую [1-8]. Захват нейтрона ядром сопровождается его возбуждением и последующим делением. При этом образуются осколки деления (более 60 элементов) и вылетают 2-3 нейтрона. На долю осколков деления приходится более 80% энергии ядерной реакции. Осколки деления имеют короткую длину пробега и потому быстро теряют свою энергию в малом объеме. Потери энергии проявляются в виде тепловых вспышек. Они носят вероятностный характер и происходят с большой частотой. Это позволяет

рассматривать объемное тепловыделение в континуальном приближении как непрерывную функцию координат. Характер распределения температуры определяется мощностью объемного тепловыделения, теплофизическими свойствами материала и условиями сема тепла с внешней или внутренней поверхностями области. Неоднородная температура обуславливает появление термонапряжений [9-12]. Их физическая сущность связана с неоднородной температурной деформацией различных участков твердого тела и заключается в следующем. В условиях неоднородного температурного поля горячие участки стремятся расшириться, а соседние холодные участки не допускают этого. Поэтому горячие участки материала находятся в состоянии сжатия, поскольку холодные участки помешали им до конца расшириться в соответствии с полем температуры. В ином положении находятся холодные участки твердого тела: горячие участки стремятся их растянуть сверх естественного температурного расширения. Поэтому холодные участки материала находятся в состоянии растяжения. Простые физические соображения весьма полезны при анализе качественной картины распределения термонапряжений при известном температурном поле.

Рассмотрим тепловыделяющий цилиндр. Температура от центра цилиндра к его поверхности спадает по параболическому закону. Поэтому центральные участки цилиндра находятся при более высокой температуре по сравнению с приповерхностными участками. Последние подвержены напряжениям растяжения, а центральные области - напряжениям сжатия. Если на поверхности цилиндра имеются трещины или выемки, то макроскопические дефекты концентрируют растягивающие термонапряжения [13-16].

Термоупругие напряжения являются частным случаем внутренних напряжений. Им присуща самоуравновешенность, под которой понимают существование взаимосогласованной системы растягивающих и сжимающих напряжений. Физически это означает, что неоднородное температурное поле не может создать напряжения одного знака для свободно деформируемого твердого тела. Термонапряжения растяжения переходят в сжимающие при нулевом значении на линиях или поверхностях твердого тела. Следствием сказанного явления является отсутствие объемного изменения твердого тела за счет возникающих термонапряжений. Объемные изменения материала обусловлены исключительно тепловым расширением материала. Разумеется, это справедливо в рамках линейной теории термоупругости и для свободно деформированного твердого тела [17-26].

В континуальном приближении температурная деформация является непрерывной функцией координат. При отсутствии нарушения сплошности расчет термонапряжений проводят с использованием уравнений математической физики [27]. В основе решения задач термомеханики лежат три основных положения из разных научных дисциплин: механика, геометрия, физика. Из механики заимствуют уравнения равновесия (статики) или уравнения движения (динамика). В общем случае эти уравнения имеют вид:

$$\sum_k \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial k} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, (i, k = x, y, z) \quad (1)$$

где:  $\sigma_{ki}$  – тензор напряжений,

$u_i$  – перемещения,

$\rho$  - плотность.

Уравнение движения (1) переходит в уравнение равновесия при:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Геометрия включает связь между перемещениями и деформациями, а также условие совместности деформаций. Физически последнее условие означает, что деформация отдельных областей твердого тела осуществляется совместно, то есть, нет нарушения сплошности материала в виде, например, микротрещин.

Физика устанавливает связь между напряжениями и деформациями в виде закона Гука. Для малых деформаций такая зависимость является линейной.

Такая модель позволяет использовать известные уравнения математической физики для получения количественных результатов.

Таким образом, математическая аналогия между температурными и концентрационными напряжениями позволяет использовать известные уравнения термомеханики для определения концентрационных напряжений.

### Список литературы

1. Петухов, Б.С., Генин, А.Г., Ковалев, С.А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. - М.: Атомиздат, 1974. - 408 с.
2. Канарейкин, А. И. Температурные поля в твэлах при различных геометрических сечениях//Инновационная наука, 2021. - № 4. - С. 41-43.
3. Канарейкин, А.И., Калманович, В.В. Особенность поведения температурных полей в твэлах разных геометрических сечений при граничных условиях первого рода//В сборнике: Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского. материалы докладов. Сер. "Естественные и технические науки. 2022" Калуга, 2022. - С. 152-156.
4. Канарейкин, А.И. Сравнительный анализ поведения температурных полей в твэлах разных геометрических сечений при граничных условиях первого рода//Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности, 2023. - Т. 8. - № 1 (27). - С. 90-96.
5. Доллежалъ, Н. А. Канальный ядерный энергетический реактор/Н.А.Доллежалъ, И.Я. Емельянов. — М.: Атомиздат, 1980. — 208 с.
6. Крамеров, А. Я. Инженерные расчеты ядерных реакторов/А. Я. Крамеров, Я.В.Шевелев. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 736 с.
7. Алтухов, Д. Е. Расчет нестационарных и переходных нейтронно-физических процессов в реакторе на тепловых нейтронах: учебное пособие/Д.Е.Алтухов, Ф.П.Кошелев, И.В.Шаманин; Томский политехнический университет. — Томск Изд-во ТПУ, 1998. — 126 с.
8. Симонова О.С., Логинов В.С. Одномерная нестационарная модель тепловыделяющей системы из произвольного числа твэлов и неактивных элементов//Фундаментальные исследования, 2014. № 5–3. С. 503–506.
9. Дунайцев А.А., Солонин В.И. Процессы массообмена в пучках оребренных стержней//Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 1. С. 125–134.
10. Семенович О.В. Моделирование теплофизических процессов в тепловыделяющих сборках и активных зонах водоохлаждаемых ядерных

- 
- реакторов/О.В.Семенович//Тезисы докладов и сообщений. XIV Минский международный форум по тепло и массообмену. 23–26 мая 2016 г.: в 3-х т. – Минск: ИТМО им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, 2016. – Т. 3. – С. 410–404.
11. Власов, Н.М. Тепловыделяющие элементы ядерных ракетных двигателей / Н.М. Власов, И.И. Федик. - М.: ЦНИИ атоминформ, 2001. - 208с.
  12. Ramirez, J. C., Stan, M., Cristea, P. Simulations of heat and oxygendiffusion in UO<sub>2</sub> nuclear fuel rods//Journal of nuclear materials. – 2006. – Т. 359, № 3. – С. 174-184.
  13. Mihaila B. et al. Simulations of coupled heat transport, oxygen diffusion, and thermal expansion in UO<sub>2</sub> nuclear fuel elements//Journal of Nuclear Materials. – 2009. – Vol. 394, № 2. – .pp. 182-189.
  14. Newman, C., Hansen, G., Gaston, D. Three-dimensional coupled simulation of thermomechanics, heat, and oxygen diffusion in UO<sub>2</sub> nuclear fuel rods//Journal of Nuclear Materials. – 2009. – Vol. 392. – № 1. – pp. 6-15.
  15. Kang, C. H. et al. 3D finite element analysis of a nuclear fuel rod with gap elements between the pellet and the cladding // Journal of Nuclear Science and Technology. – 2015. – pp. 1-8.
  16. Okunev, V. S. Designing of New Generation of the Nuclear Reactors//AIP Conference Proceedings, 2195, p. 020012.
  17. Noda N.-A., Moriyama Y. Stress concentration of an ellipsoidal inclusion of revolution in a semi-infinite body under biaxial tension // Arch. Appl. Mech. 2004. Vol. 74, № 1–2. pp. 29-44.
  18. Mi C., Kouris D. Stress concentration around a nanovoid near the surface of an elastic half-space // Int. J. Solids Struct. 2013. Vol. 50, № 18. pp. 2737-2748.
  19. Yang Q., Liu J.X., Fang X.Q. Dynamic stress in a semi-infinite solid with a cylindrical nanoinhomogeneity considering nanoscale microstructure // Acta Mech. 2012. Vol. 223, № 4. pp. 879-888.
  20. Yang Z. et al. The concentration of stress and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole // Int. J. Solids Struct. 2008. Vol. 45, № 3–4. pp. 713-731.
  21. Paskaramoorthy R., Bugarin S., Reid R.G. Analysis of stress concentration around a spheroidal cavity under asymmetric dynamic loading // Int. J. Solids Struct. 2011. Vol. 48, № 14–15. pp. 2255-2263.
  22. Noda N.-A., Ogasawara N., Matsuo T. Asymmetric problem of a row of revolutional ellipsoidal cavities using singular integral equations // Int. J. Solids Struct. 2003. Vol. 40, № 8. pp. 1923-1941.
  23. Канарейкин, А. И. Распределение температурного поля в твэле с эллиптическим поперечным сечением // Научные труды Калужского государственного университета им. К.Э. Циолковского, серия: естественные науки. - 2016. – С. 230 – 231.
  24. Kanareykin, A. I. Mathematical modeling of the fuel element of a nuclear reactor taking into account the temperature dependence of the thermal conductivity of the fuel element made of uranium oxide // В сб.: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2022. С. 012012. DOI: 10.1088/1755-1315/990/1/012012.
  25. Kanareykin, A. I. Simulation of a fuel element made of plutonium dioxide // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2022. 1045. 012070. DOI: 10.1088/1755-1315/1045/1/012070.

26. Kanareykin, A. I. Ways to reduce friction and wear of fuel elements in nuclear power // II International Conference on Current Issues of Breeding, Technology and Processing of Agricultural Crops, and Environment (CIBTA-II-2023). Les Ulis Cedex A, France, 2023. С. 2018.
27. Канарейкин, А. И. Уравнения математической физики: учебное пособие. – Саратов: Издательство «Саратовский источник», 2024. — 35 с.

## References

1. Petukhov, B.S., Genin, A.G., Kovalev, S.A. Heat transfer in nuclear power plants. - М.: Atomizdat, 1974. - 408 p.
2. Kanarekin, A. I. Temperature fields in fuel rods with various geometric sections // Innovative Science, 2021. - No. 4. - pp. 41-43.
3. Kanarekin, A.I., Kalmanovich, V.V. The peculiarity of the behavior of temperature fields in fuel rods of different geometric sections under boundary conditions of the first kind // In the collection: Scientific papers of Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky. materials of the reports. Ser. "Natural and technical sciences. 2022" Kaluga, 2022. - pp. 152-156.
4. Kanarekin, A.I. Comparative analysis of the behavior of temperature fields in fuel rods of different geometric sections under boundary conditions of the first kind // International Journal of Information Technology and Energy Efficiency, 2023. - Vol. 8. - № 1 (27). - pp. 90-96.
5. Dollezhal, N. A. Channel nuclear power reactor / N. A. Dollezhal, I. Ya. Yemelyanov. — М.: Atomizdat, 1980. — p.208
6. Kramerov, A. Ya. Engineering calculations of nuclear reactors / A. Ya. Kramerov, Ya. V. Shevelev. — 2nd ed., reprint. and additional — М.: Energoatomizdat, 1984. — p.736
7. Altukhov, D. E. Calculation of nonstationary and transient neutron-physical processes in a thermal neutron reactor: textbook / D. E. Altukhov, F. P. Koshelev, I. V. Shamanin; Tomsk Polytechnic University. Tomsk TPU Publishing House, 1998. — p.126
8. Simonova, O.S., Loginov, V.S. A one-dimensional nonstationary model of a heat-generating system from an arbitrary number of fuel rods and inactive elements // Fundamental Research, 2014. No. 5-3. pp. 503-506.
9. Dunaytsev, A.A., Solonin, V.I. Mass transfer processes in bundles of finned rods // Problems of mechanical engineering and automation. 2016. No. 1. pp. 125-134.
10. Semenovich, O.V. Modeling of thermophysical processes in fuel assemblies and active zones of water-cooled nuclear reactors / O.V. Semenovich // Texts of reports and communications. XIV Minsk International Forum on Heat and Mass Transfer. May 23-26, 2016: in 3 volumes - Minsk: ITMO named after A.V. Lykov of the National Academy of Sciences of Belarus, 2016. – Vol. 3. – pp. 410-404.
11. Vlasov, N.M. Fuel elements of nuclear rocket engines / N.M. Vlasov, I.I. Fedik. - М.: Central Research Institute atominform, 2001. – p.208
12. Ramirez, J. C., Stan, M., Cristea, P. Simulations of heat and oxygendiffusion in UO<sub>2</sub> nuclear fuel rhodes // Journal of nuclear materials. – 2006. – Vol. 359, No. 3. – pp. 174-184.

13. Mihaila, B. et al. Simulations of coupled heat transport, oxygen diffusion, and thermal expansion in UO<sub>2</sub> nuclear fuel elements // *Journal of Nuclear Materials*. – 2009. – Vol. 394, № 2. – pp. 182-189.
  14. Newman, C., Hansen, G., Gaston, D. Three-dimensional coupled simulation of thermomechanics, heat, and oxygen diffusion in UO<sub>2</sub> nuclear fuel rods // *Journal of Nuclear Materials*. – 2009. – Vol. 392. – № 1. – pp. 6-15.
  15. Kang, C. H. et al. 3D finite element analysis of a nuclear fuel rod with gap elements between the pellet and the cladding // *Journal of Nuclear Science and Technology*. – 2015. – pp. 1-8.
  16. Okunev, V. S. Designing of New Generation of the Nuclear Reactors // *AIP Conference Proceedings*, 2195, p. 020012.
  17. Noda N.-A., Moriyama Y. Stress concentration of an ellipsoidal inclusion of revolution in a semi-infinite body under biaxial tension // *Arch. Appl. Mech.* 2004. Vol. 74, № 1–2. P. 29-44.
  18. Mi C., Kouris D. Stress concentration around a nanovoid near the surface of an elastic half-space // *Int. J. Solids Struct.* 2013. Vol. 50, № 18. pp. 2737-2748.
  19. Yang Q., Liu J.X., Fang X.Q. Dynamic stress in a semi-infinite solid with a cylindrical nanoinhomogeneity considering nanoscale microstructure // *Acta Mech.* 2012. Vol. 223, № 4. pp. 879-888.
  20. Yang Z. et al. The concentration of stress and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole // *Int. J. Solids Struct.* 2008. Vol. 45, № 3–4. pp. 713-731.
  21. Paskaramoorthy R., Bugarin S., Reid R.G. Analysis of stress concentration around a spheroidal cavity under asymmetric dynamic loading // *Int. J. Solids Struct.* 2011. Vol. 48, № 14–15. pp. 2255-2263.
  22. Noda N.-A., Ogasawara N., Matsuo T. Asymmetric problem of a row of revolutionary ellipsoidal cavities using singular integral equations // *Int. J. Solids Struct.* 2003. Vol. 40, № 8. pp. 1923-1941.
  23. Kanarekin, A. I. Distribution of the temperature field in a fuel element with an elliptical cross section // *Scientific works of the Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky, series: natural sciences*. - 2016. – pp. 230-231.
  24. Kanareykin, A. I. Mathematical modeling of the fuel element of a nuclear reactor taking into account the temperature dependence of the thermal conductivity of the fuel element made of uranium oxide // In the collection: *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022. p. 012012. DOI: 10.1088/1755-1315/990/1/012012.
  25. Kanareykin, A. I. Simulation of a fuel element made of plutonium dioxide // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022. 1045. 012070. DOI: 10.1088/1755-1315/1045/1/012070.
  26. Kanareykin, A. I. Ways to reduce friction and wear of fuel elements in nuclear power // *II International Conference on Current Issues of Breeding, Technology and Processing of Agricultural Crops, and Environment (CIBTA-II-2023)*. Les Ulis Cedex A, France, 2023. p. 2018.
  27. Kanarekin, A. I. *Equations of mathematical physics: a textbook*. – Saratov: Publishing house "Saratov source", 2024. - p.35
-