



ОТКРЫТАЯ НАУКА
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала: <http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 004.827

АЛГОРИТМ КАСКАДНОГО НЕЧЁТКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА ТИПА МАМДАНИ

Зернов М.М., Зернова Т.О., Панкратова Е.А.

Филиал ФГБОУ ВО "НИУ "МЭИ" в г. Смоленске, Россия (214013, г. Смоленск, Энергетический проезд, дом 1); e-mail: zmmioml@yandex.ru

В статье предложен общий алгоритм каскадного нечёткого логического вывода на структурах типа Мамдани, реализующий предложенный ранее способ, отличающийся учётом взаимной зависимости между сигналами на основе дискретизированного представления входных и выходных нечётких множеств и позволяющий уменьшить мощность результата каскадного вывода.

Разработан алгоритм анализа каскада FIS-структур, реализующий этап алгоритма каскадного нечёткого логического вывода, отличающийся представлением каскадной системы в виде информационного графа. Алгоритм позволяет выделить ветвящиеся сигналы со взаимодействующими потомками и определить последовательность срабатывания элементов каскада.

Рассмотрены вопросы оценки снижения неточности результата каскадного нечёткого логического вывода при использовании предложенного алгоритма. В частности, предложена методика оценки и представлены результаты вычислительного эксперимента для каскадов различной сложности.

Ключевые слова: каскадный нечёткий логический вывод, нечёткий логический вывод Мамдани, уменьшение неопределённости.

ALGORITHM OF A CASCDED FUZZY INFERENCE MAMDANI-TYPE

Zernov M.M., Zernova T.O., Pankratova E.A.

Smolensk Branch of the National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Russia (214013, Smolensk, street Ehnergeticheskij, 1); e-mail: zmmioml@yandex.ru

General algorithm of a cascaded fuzzy inference Mamdani-type structures is proposed. The algorithm implements the previously proposed method, characterized by taking into account mutual dependencies between signals based on sampled representations of the input and output fuzzy sets, which reduces the cardinality of the result of the cascade output.

The algorithm of the analysis of the cascade FIS-structures is developed. It implements the algorithm's stage of the cascaded fuzzy inference, wherein the cascaded system is represented in the form of information graph. The algorithm allows to identify branching signals with interacting descendants, and to determine the sequence of activation of elements of the cascade.

The questions of the uncertainty reduction evaluation of the result of cascaded fuzzy inference when using the proposed algorithm are considered. In particular, the techniques of evaluation is proposed and the results of numerical experiments for cascades of varying complexity are presented.

Key words: cascaded fuzzy inference, fuzzy inference Mamdani-type, reducing the uncertainty.

Одной из основных проблем каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани с исключённым этапом дефаззификации [1, 5] является существенное накопление нечёткости в выходных сигналах FIS-структур от первых элементов каскада к последним. Причинами накопления нечёткости являются как свойства процедуры нечёткого логического вывода как нечёткой функции от чётких и нечётких переменных, так и взаимная зависимость аргументов структур. Последний случай имеет место, когда сигналы, взаимодействующие в качестве аргументов одной структуры, имеют общего предка и, следовательно, должны рассматриваться в контексте значений их общего предка. Такие сигналы-предки будем называть ветвящимися сигналами со взаимодействующими потомками – ВСВП-сигналы (сюда также относим случай, когда сигнал-предок взаимодействует с собственным потомком).

В статье [3], авторы рассматривают подходы к уменьшению неопределённости результата каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани с исключённым этапом дефаззификации за счёт учёта взаимной зависимости сигналов. Там же предложен способ, основанный на дискретизации ВСВП-сигналов, нахождении всевозможных сочетаний их элементов и агрегации результатов, полученных для отдельных сочетаний.

В данной статье предлагается 2 алгоритма, реализующие как способ в целом, так и этап анализа каскада FIS-структур как информационного графа.

1. Общий алгоритм каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани

Введём ряд обозначений. Под $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ будем понимать множество всех сигналов каскада. В него включаются множества входных X и выходных Y сигналов каскада в целом:

$$X, Y \subset S, X \cap Y = \emptyset.$$

Множество всех структур нечёткого логического вывода обозначим как $FIS = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$.

Для каждой структуры $f \in FIS$ определены множества входов $Inputs(f)$ и выходов $Outputs(f)$, совокупность которых по всем FIS и даёт полное множество сигналов:

$$S = \bigcup_{f \in FIS} Inputs(f) \cup Outputs(f).$$

Можно более строго определить множества входов и выходов каскада:

$$X = S \setminus \bigcup_{f \in FIS} Outputs(f),$$

$$Y = S \setminus \bigcup_{f \in FIS} Inputs(f).$$

При работе с массивами, как одномерными, так и двумерными индексы элементов будем писать в квадратных скобках после имени массива, например, $T(i, j)$. При этом в качестве значений индексов допускается использовать сразу множества/диапазоны, подразумевая что при присваивании, набору элементов с указанными диапазонами строк и столбцов сопоставляется массив аналогичного размера.

На рисунке 1 представлена схема общего алгоритма каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани, реализующего способ вывода, учитывающий взаимную зависимость между сигналами.

На схеме использованы следующие обозначения.

Answer(s_j) - результирующее нечёткое множество для выходного сигнала каскада s_j .

Combs(*Sets*) - функция, возвращающая всевозможные сочетания синглтонов – элементов входного набора нечётких множеств *Sets*.

NewData – наборы данных, по которым осуществляется расчёт, и в которые помещается результат на каждом такте – массив размерности $N_i \times n$, элементами которого являются нечёткие множества значений сигналов. При этом не все элементы могут быть заполнены.

N_i – число наборов данных на такте i .

OldData – наборы данных, сформированные на предыдущем такте работы каскада – массив множеств размерности $N_{i-1} \times n$.

FisTacts – массив-столбец $m \times 1$, где *FisTacts*(f) - № такта, на котором рассчитывается FIS f .

Аналогично, *Tacts* – массив-столбец $n \times 1$, где *Tacts*(i) – № такта, на котором рассчитывается сигнал i .

Size (*FS*) – число дискрет в нечётком множестве *FS*.

Val(s) – нечёткое значение сигнала S .

Br – список ВСВП-сигналов.

Алгоритм работает по следующему принципу. После этапа инициализации переменных и подготовки структур данных выполняется анализ каскада с применением вспомогательного алгоритма, который будет рассмотрен ниже. По результатам анализа формируется список ВСВП-сигналов, определяются такты, на которых срабатывают FIS, формируются сигналы, общее число тактов работы каскада.

Первоначально, алгоритм начинает работу с единственным набором данных, соответствующих входным данным каскада (условно, такт №0). Затем итерационно, на каждом такте, определяются ВСВП-сигналы, сформированные на предыдущей итерации. Если таких сигналов нет, то новые наборы данных для данного такта получаются простым переносом из предыдущих. В противном случае, число наборов данных увеличивается по следующему принципу.

Для каждого набора из предыдущего такта, для всех сформированных на этом такте ВСВП-сигналов, формируются всевозможные сочетания синглтонов – элементов множества значений ВСВП-сигналов. Исходный набор заменяется целым массивом наборов, в котором значения всех сигналов, кроме только что сформированных ВСВП-сигналов, копируются целиком. Для сформированных на предыдущем такте ВСВП-сигналов указываются сочетания синглтонов (по одному на каждый новый набор).

По окончании работы цикла по тактам, для всех выходных сигналов каскада проводится агрегация и (при необходимости), дефаззификация.

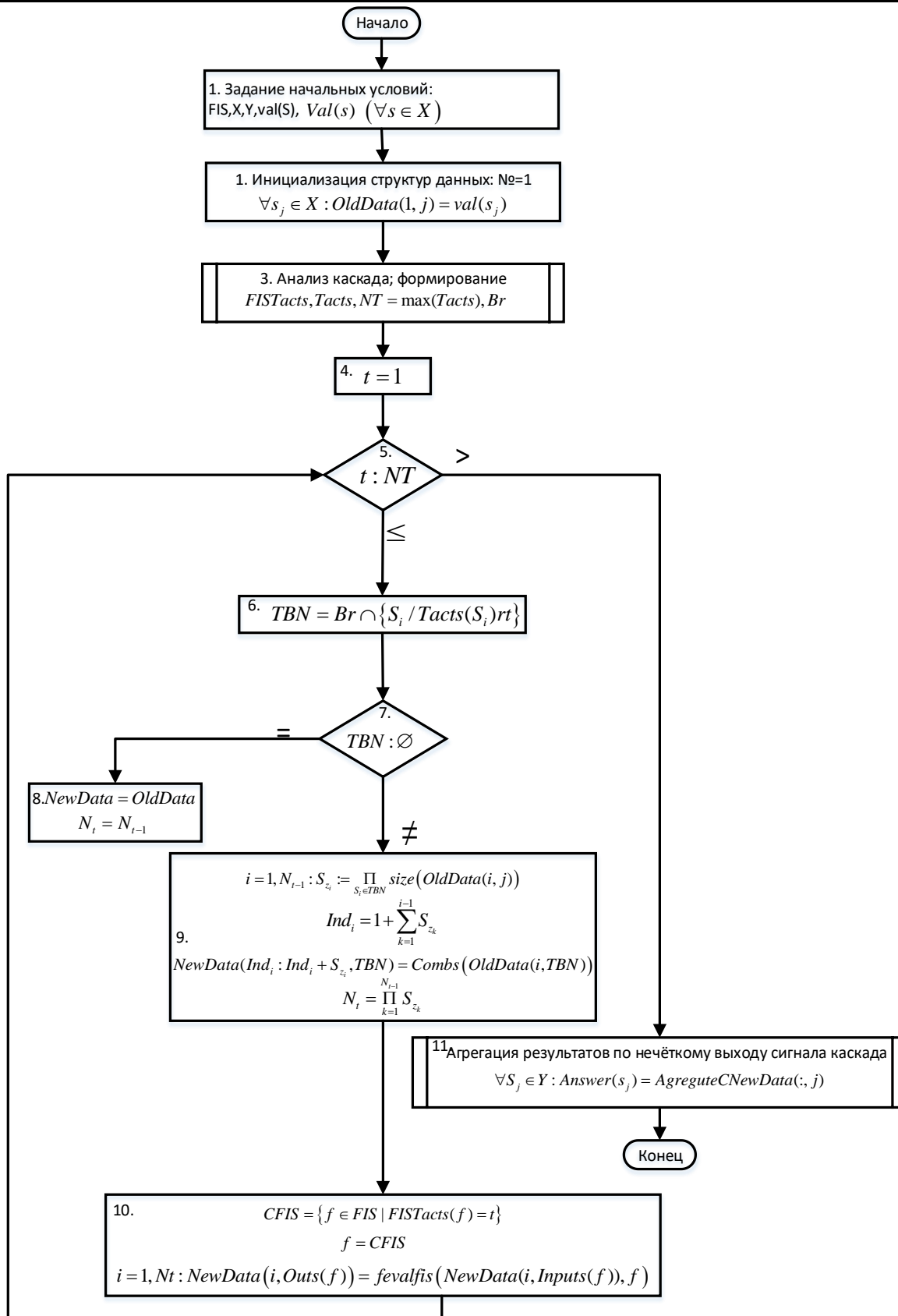


Рисунок 1 – Схема общего алгоритма каскадного нечёткого логического вывода

2. Алгоритм анализа каскада структур нечёткого логического вывода типа Мамдани

Важным этапом предложенного общего алгоритма нечёткого логического вывода типа Мамдани является анализ каскада. Рассмотрим алгоритм анализа на основе представления каскада в виде информационного графа.

Информационный граф образуют элементы потока информации, связанные отношениями вхождения и предшествования. В конечном итоге 2 элемента связаны, если для формирования второго элемента необходим первый [4]. Для заданной матрицы смежности информационного графа, основными инструментами анализа являются:

- матрица достижимости, определяемая как (для случая отсутствия контуров):

$$M_{\Sigma} = \sum_{\lambda=1}^{n-1} M^{\lambda} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda_{max}} M^{\lambda},$$

$$\lambda_{max} = \max(\lambda < n \mid M^{\lambda} \neq O), \text{ т.е. } M^{\lambda_{max}} \neq O, M^{\lambda_{max}+1} = O.$$

- промежуточные матрицы $M^{\lambda} (\lambda \leq \lambda_{max})$.

Среди прочих показателей, на их основе находится порядок вершин π_j , определяемый выражением:

$$\sigma_j(\lambda) = \sum_j M^{\lambda}(i, j),$$

$$\sigma_j(\pi_j) \neq 0, \sigma_j(\pi_j + 1) = 0.$$

Порядок вершины (элемента информационного потока) соответствует номеру такта, на котором получается рассматриваемый элемент.

Множества непосредственных и всех потомков для выбранной вершины находятся на основе матриц смежности и достижимости, как прямое отображение 1 порядка и прямое транзитивное замыкание (без учёта самой вершины) соответственно [2].

Итак, имеем информационный граф G построенный на множестве сигналов:

$$G = \langle S, E \rangle,$$

$$(s_1, s_2) \in E \leftrightarrow \exists! f \in FIS : s_1 \in Inputs(f), s_2 \in Outputs(f).$$

Признаком отнесения сигнала s' к ВСВП-сигналам является наличие среди его непосредственных потомков хотя бы 2-х, у которых пересекаются прямые транзитивные замыкания:

В результате, алгоритм анализа каскада состоит из следующих этапов.

1. Инициализация, выполнить 1.1-1.4:

1.1. Для всех $i = \overline{1, m} : Tacts(i) = n;$

1.2. $M_{\Sigma} = O;$

1.3. $TM = E(n);$

1.4. $Br = \emptyset.$

2. Для всех $i = \overline{1, n}$ выполнить 2.1-2.3:

$$2.1. TM = TM \cdot M;$$

2.2. Для всех $j = \overline{1, n}$ выполнить:

Если $\sum_{k=1}^n TM(k, j) = 0$, то $Tacts(j) = \min(Tacts(j), i - 1)$.

$$2.3. M_{\Sigma} = M_{\Sigma} + TM.$$

3. Для всех $s_i \in S \setminus X : FISTacts(Outputs^{-1}(s_i)) = Tacts(i)$

$$4. C = \left\{ s_i \in S \mid \sum_{j=1}^n M(i, j) \geq 2 \right\}.$$

5. Для всех $s_i \in C$ выполнить 5.1-5.2:

$$5.1. D = \{s_j \in S \mid M(i, j) = 1\};$$

5.2. Для всех пар $(S_j, S_k), S_j, S_k \in D, j \neq k$ выполнить 5.2.1-5.2.3:

$$5.2.1. \Gamma^+(s_j) = \{s_r \in S \mid M_{\Sigma}(j, r) > 0\};$$

$$5.2.2. \Gamma^+(s_k) = \{s_r \in S \mid M_{\Sigma}(k, r) > 0\};$$

5.2.3. Если $\Gamma^+(S_j) \cap \Gamma^+(S_k) \neq \emptyset$, то $B_r = B_r \cup \{S_i\}$.

Здесь $E(n)$ – единичная матрица размера $n \times n$, а $Outputs^{-1}(s_i)$ – функция обратная $Outputs$, возвращающая FIS-структуру по её выходному сигналу.

3. Оценка снижения неточности при применении алгоритма

Эффект от применения способа учёта взаимной зависимости аргументов оценивается как уменьшение неточности нечёткого результата вывода, при использовании предлагаемого способа в сравнении со способом без учёта взаимной зависимости аргументов.

В качестве меры неточности выбрана мера по Хигаши-Клиру (дискретный вариант) [6]:

$$Unc(A) = \sum_{\alpha=0}^{\alpha_{\max}} \log_2 |A_{\alpha}|$$

Методика включает в себя следующие этапы.

1. Задать требуемую сложность каскада FIS-структур:

- число структур NFIS;
- максимальное число входов MaxInputs;
- число ВСВП-сигналов NBranch.

2. Задать число опытов:

- число генерируемых каскадов NCasc;
- число наборов данных для каждого каскада NX;

3. Случайно сгенерировать матрицы связей каскадов:

- задать матрицу M1 размера NFISxNFIS с нулями по главной диагонали и ниже главной диагонали и случайной расстановкой единиц выше главной диагонали;
- взвесить ненулевые значения номерами столбцов (т.е. номерами структур);

- определить полученное число ВСВП-сигналов, если оно не равно NBranch – сгенерировать заново;
- дополнить матрицу входными сигналами;
- 4. Для каждой матрицы сгенерировать набор структур:
 - 4.1 для структур от первого такта до последнего сгенерировать обучающие выборки:
 - для каждой структуры сгенерировать полином 2-й степени от входных сигналов со случайными коэффициентами в диапазоне [-1,1];
 - для входных структур берём случайные входные значения из диапазона [-1,1], дополняем крайними значениями;
 - для остальных – из диапазона выходных значений сгенерированных структур;
 - выходное значение рассчитываем в соответствии с заданным полиномом;
 - 4.2. обучить ANFIS-структуры (Сугэно 0-го порядка);
 - 4.3. размыть выходные константы обученных структур.
- 5. Для каждого каскада:
 - 5.1. случайно задать NX наборов значений входных сигналов каскада: задаём чёткие значения и представляем их синглтонными множествами;
 - 5.2. для каждого набора X и каждого выхода Y_j каскада:
 - рассчитать нечёткие выходы каскада обычным способом (Y_j') и с учётом взаимодействия (Y_j'');
 - рассчитать оценки неточности выходов по Хигаши – Клиру: $Unc(Y_j')$ и $Unc(Y_j'')$;
 - рассчитать относительное уменьшение неточности: $(Unc(Y_j') - Unc(Y_j'')) / Unc(Y_j')$.
- 6. Найти минимальное $minUncDiff$, среднее $avgUncDiff$ и максимальное $maxUncDiff$ значение относительного уменьшения неточности.

На рисунке 2 представлен пример сгенерированного каскада из 5 структур с 3-мя ВСВП-сигналами. На рисунке 3 изображены результирующие нечёткие множества выхода каскада, полученные с учётом взаимодействия потомков ВСВП-сигналов и без для следующих чётких входных значений каскада: $X_1 = 0.6294$, $X_2 = -0.8049$, $X_3 = -0.6848$, $X_4 = -0.7162$, $X_5 = 0.3115$.

Сравнительная оценка неточности результатов представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Оценки неточности нечёткого значения выхода каскада

Результаты	Обычный способ	С учётом взаимодействия	Относительная разница
Неточность по Хигаши-Клиру	277.7246	252.5464	9,07%

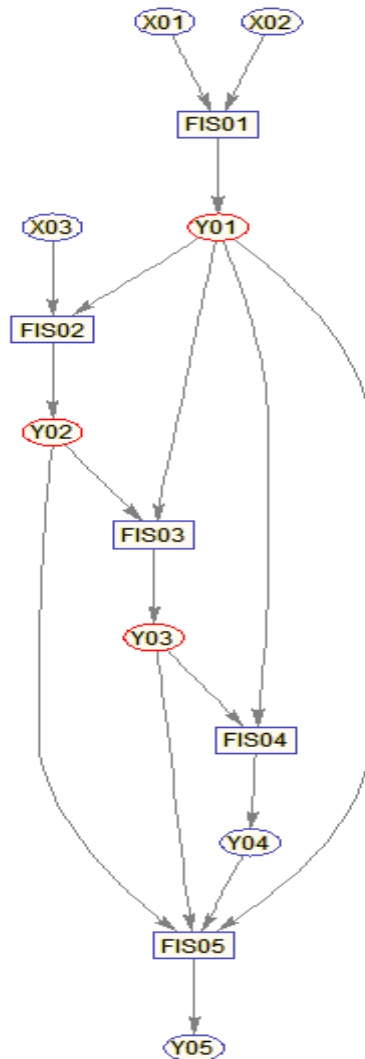


Рисунок 2 – Случайный каскад из 5 FIS-структур с 3-мя ВСВП-сигналами

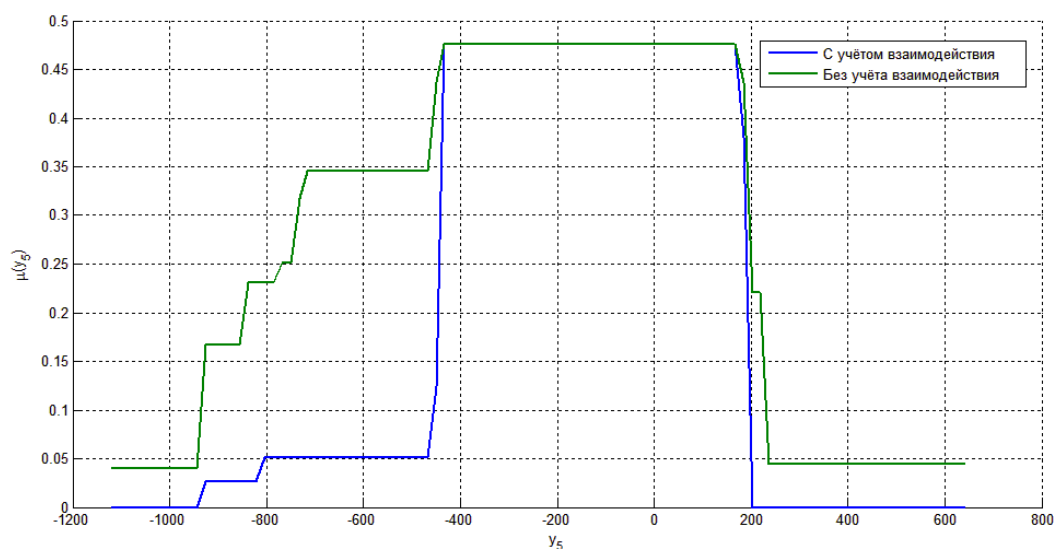


Рисунок 3 – Нечёткие множества выхода каскада, рассчитанные разными способами

В таблице 2 приведены результаты 100 опытов, проведённых в соответствии с

представленной методикой для каскадов из 5 FIS-структур с числом ВСВП-сигналов равным 2 и 3 (учитываются только выходы, зависящие от взаимодействующих потомков ВСВП-сигналов).

Таблица 2 – Результаты эксперимента по оценке уменьшения неточности

Сложность каскада			Число опытов		Относительное уменьшение неточности		
NFIS	MaxInputs	NBranch	NCasc	NX	minUncDiff	avgUncDiff	maxUncDiff
5	5	2	20	5	0,4%	5,41 %	14,34 %
5	5	3	20	5	1,38 %	8,51 %	23,52 %

Как видно, снижение неточности тем сильнее, чем выше число ВСВП-сигналов, при этом как средний, так и максимальный выигрыш от учёта взаимодействия достигает значительных величин, способных существенно повлиять на дефаззифицированный результат или дальнейшие выводы по результату анализа нечёткого выхода каскада. На нижнюю границу оценки снижения неточности оказывает влияние то, что не все выходы всех случайных каскадов являются результатом одновременного взаимодействия сразу всех потомков всех ВСВП-сигналов.

Предложен алгоритм каскадного нечёткого логического вывода на структурах типа Мамдани с исключённым этапом дефаззификации, реализующий предложенный ранее способ каскадного нечёткого логического вывода, отличающийся учётом взаимной зависимости между сигналами на основе дискретизированного представления входных и выходных нечётких множеств и позволяющий уменьшить мощность результата каскадного вывода за счёт исключения из рассмотрения невозможных сочетаний элементов множеств взаимодействующих нечётких аргументов.

Разработан алгоритм анализа каскада FIS-структур, реализующий этап алгоритма каскадного нечёткого логического вывода, отличающийся представлением каскадной системы в виде информационного графа и позволяющий определить последовательность срабатывания структур и найти ветвящиеся сигналы со взаимодействующими потомками.

Предложена методика оценки снижения неточности результата каскадного нечёткого логического вывода при использовании предложенного алгоритма относительно обычного способа расчёта, не учитывающего взаимодействия сигналов.

По результатам вычислительного эксперимента, проведённого в соответствии с представленной методикой, показано существенное уменьшение неточности в среднем и лучшем случаях. Отмечен рост эффективности применения способа при увеличении числа ВСВП-сигналов. Что позволяет говорить о достижении цели исследования.

Список литературы

1. Борисов В. В., Круглов В. В., Федулов А. С. Нечеткие модели и сети. - 2-е изд., стереотип. - М.: Горячая линия - Телеком, 2012. - 284 с.
2. Волченская Т.В., Князьков В.С. Компьютерная математика: Часть 2 Теория графов/ Учебн. пособ. - Пенза: Изд-во Пенз. ун-та, 2002.- 101 с.

3. Зернов М.М., Зернова Т.О. Способ каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани//Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности. – 2017. – Т.2 №2(4) с. 2-15
4. Меньков А.В. Теоретические основы автоматизированного управления / А.В. Меньков, В.А. Острейковский – М.: Издательство Оникс, 2005. – 640 с.
5. Babuška R. Fuzzy modeling for control. – Springer Science & Business Media, 2012. – Т. 12. - pp. 21-24.
6. Higashi M., Klir G. J. Measures of uncertainty and information based on possibility distributions //International Journal of General Systems. – 1982. – Т. 9. – №. 1. – С. 43-58.

References

1. Borisov V.V., Kruglov V.V., Fedulov A.S. “Nechetkie modeli i seti”(“Fuzzy models and networks”). Izd. 2 stereotip. - М.: Goryachaya liniya - Telekom, 2012. - 284 p.
 2. Volchenskaya T.V., Knyaz'kov V.S. “Komp'yuternaya matematika”(“Computer mathematics”): Chast' 2 Teoriya grafov/ Uchebn. Posob. – Penza: Izd-vo Penz. Un-ta, 2002. – 101 p.
 3. Zernov M.M., Zernova T.O. “Sposob kaskadnogo nechyotkogo logicheskogo vyvoda tipa Mamdani” (“Method of a cascaded fuzzy inference Mamdani-type”)// Mezhdunarodnyj zhurnal informacionnyh tekhnologij i ehnergoehffektivnosti. – 2017. – vol.2 iss. 2(4) pp. 2-15
 4. Men'kov A.V. “Teoreticheskie osnovy avtomatizirovannogo upravleniya”(“Theoretical foundations of automated control”) / A.V. Men'kov, V.A. Ostrejkovskij – М.: Izdatel'stvo Oniks, 2005. – 640 p.
 5. Babuška R. Fuzzy modeling for control. – Springer Science & Business Media, 2012. – V. 12. - pp. 21-24.
 6. Higashi M., Klir G. J. Measures of uncertainty and information based on possibility distributions //International Journal of General Systems. – 1982. – V. 9. – №. 1. – pp. 43-58.
-