



Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала: <http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 004.827

## СПОСОБ КАСКАДНОГО НЕЧЁТКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА ТИПА МАМДАНИ

**Зернов М.М., Зернова Т.О.**

*Филиал ФГБОУ ВО "НИУ "МЭИ" в г. Смоленске, Россия (214013, г. Смоленск, Энергетический проезд, дом 1); e-mail: zmmioml@yandex.ru*

В статье рассматривается проблема снижения неопределённости результата каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани. Снизить неопределённость предлагается за счёт учёта взаимной зависимости сигналов каскада (аргументов FIS-структур). Рассмотрены основные методы учёта взаимной зависимости аргументов в нечётких вычислениях. Показано, что они не могут быть напрямую использованы для решения указанной задачи.

Предложен способ каскадного нечёткого логического вывода на структурах типа Мамдани с исключённым этапом дефаззификации, отличающийся учётом взаимной зависимости между сигналами каскада на основе дискретизированного представления входных и выходных нечётких множеств и позволяющий уменьшить неопределённость (неточность) результата каскадного вывода за счёт исключения из рассмотрения невозможных сочетаний элементов множеств взаимодействующих нечётких сигналов.

Рассмотрен пример, демонстрирующий снижение неопределённости для простого каскада из 2-х структур типа Мамдани.

Ключевые слова: каскадный нечёткий логический вывод, нечёткий логический вывод Мамдани, уменьшение неопределённости.

## METHOD OF A CASCADED FUZZY INFERENCE MAMDANI-TYPE

**Zernov M.M., Zernova T.O.**

*Smolensk Branch of the National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Russia (214013, Smolensk, street Ehnergeticheskij, 1); e-mail: zmmioml@yandex.ru*

The article considers the problem of reducing the uncertainty of the result of a cascade fuzzy inference Mamdani type. It is proposed to reduce the uncertainty by taking into account the mutual dependence of cascade signals (FIS-structures arguments). The basic methods of accounting for the mutual dependence of arguments in fuzzy computing are covered. It is shown that they cannot be directly used to solve the stated problem.

A method of cascaded fuzzy inference on Mamdani-type structures with excluded phase of defuzzification is proposed. This method differs from the others by taking into account the mutual dependence of the signals of the cascade based on the sampled representation of the input and output fuzzy sets. This method makes it possible to reduce the uncertainty (inaccuracy) of the result in a cascading conclusion due to the exclusion from consideration the impossible combinations of elements of fuzzy sets of interacting signals.

The example is showing the reduction of uncertainty for simple cascade of 2-structures Mamdani-type.

Key words: cascaded fuzzy inference, fuzzy inference Mamdani-type, reducing the uncertainty.

## **Введение**

Каскадный нечёткий логический вывод получил довольно широкое распространение и применяется со следующими целями.

1. Для уменьшения числа входов FIS – структуры, реализующих сложную зависимость от многих переменных путём декомпозиции её на несколько структур с меньшим числом входов. Это позволяет не только снизить нагрузку на экспертов, но и существенно повысить скорость обучения структур (т.к. число обучаемых правил растёт экспоненциально относительно числа входов) [7, 10, 12, 14].

2. С целью формирования каскадов нечётких регуляторов, каждый из которых выступает как самостоятельное звено в цепи управления, но связано при этом по входу/выходу хотя бы с ещё одним подобным звеном [6, 11-12].

В первом случае, при применении каскада нечётких структур типа Мамдани, может быть опущен этап дефаззификации для промежуточных переменных каскада [2, 7], соответственно на вход структур, в которых они используются при задании предпосылок правил, подаётся сразу нечёткое множество. Это особенно актуально при отсутствии обучающих данных для отдельных структур каскада, и как следствие, невозможности выбрать подходящий способ дефаззификации. С другой стороны, это позволяет также не потерять информацию о распределении значений принадлежности по элементам базового множества переменной. В результате, каскадная структура реализует сложное нечёткое отношение, задаваемое композицией частных отношений, определяемых базами правил нечёткого логического вывода элементов каскада. Дефаззификация может быть опущена и для выходных переменных всего каскада, когда получить информацию о диапазоне возможных значений элементов базового множества выходной переменной важнее, нежели узнать чёткое значение.

Исключение этапа дефаззификации, однако, приводит к проблеме накопления нечёткости по следующим причинам.

1. Естественное увеличение неопределённости, связанное с размыванием результата нечёткой композиции относительного свёртываемого множества.

2. Возможная взаимная зависимость аргументов FIS-структур.

Уменьшить рост неопределённости, вызванный первой причиной можно только за счёт более тщательного составления структуры каскада и наборов правил, но полностью исключить его нельзя. Тем не менее, представляется возможным уменьшить составляющую неопределённости, вызванную второй причиной.

Таким образом, целью работы является снижение неопределённости результата каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани за счёт учёта взаимной зависимости аргументов FIS-структур.

## **Подходы к учёту взаимной зависимости аргументов в нечётких и интервальных вычислениях.**

Рассмотрим подробнее проблему роста неопределённости, вызванного взаимной зависимостью аргументов FIS-структур. Проблема учёта взаимной зависимости аргументов

при нечётких и интервальных вычислениях известна давно, однако, до сих пор не рассматривалась в контексте каскадного нечёткого логического вывода. Проиллюстрируем её на примере каскада из 2-х структур, представленного на рисунке 1.

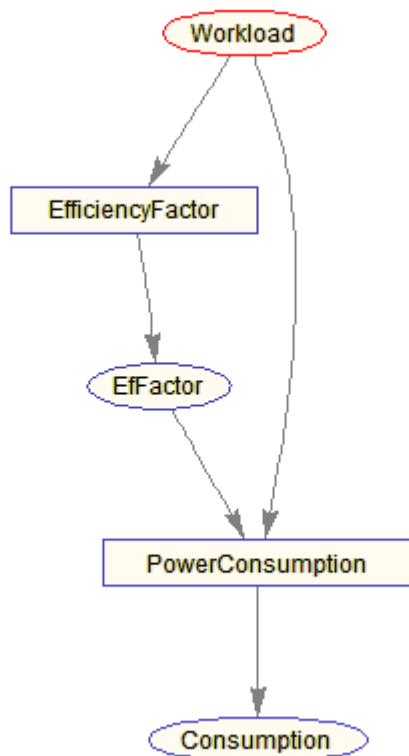


Рисунок 1 – Каскад FIS для расчёта мощности, потребляемой блоком питания

Здесь первая структура (*EfficiencyFactor*) реализует зависимость КПД блока питания (*EfFactor*) от мощности нагрузки (*Workload*). Вторая (*PowerConsumption*) – осуществляет расчёт активной мощности (*Consumption*), забираемой блоком из розетки, имитируя деление мощности нагрузки на КПД. На рисунках 2а-2б представлены поверхности вывода структур каскада. Подавая на вход каскада некоторую нечёткую нагрузку, например, нечёткий интервал в районе 100-300 Вт, мы получаем на выходе первой структуры нечёткий КПД, при этом, в силу свойств композиции, теряется информация, за счёт каких элементов нечёткой нагрузки были получены максимальные значения принадлежности для тех или иных элементов нечёткого КПД. В итоге, если не учитывать взаимной зависимости аргументов, на входе второй структуры считаются равновозможными сочетания:

- высокий КПД (полученный для высокой нагрузки) в сочетании с высокой нагрузкой;
- высокий КПД в сочетании с малой нагрузкой;
- малый КПД (полученный при низкой нагрузке) в сочетании с высокой нагрузкой;
- малый КПД в сочетании с низкой нагрузкой.

По итогам «деления», осуществляемого второй структурой каскада, второе и третье сочетание, которых не должно быть, исходя из природы процесса, дают неоправданно широкий интервал потребляемой мощности.

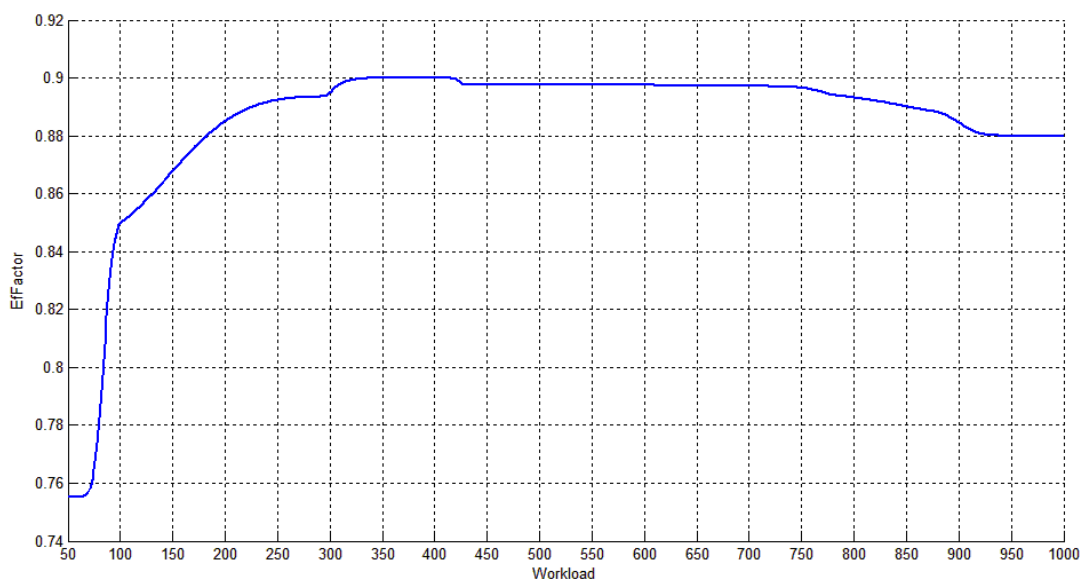


Рисунок 2а – Поверхность вывода для зависимости КПД от нагрузки

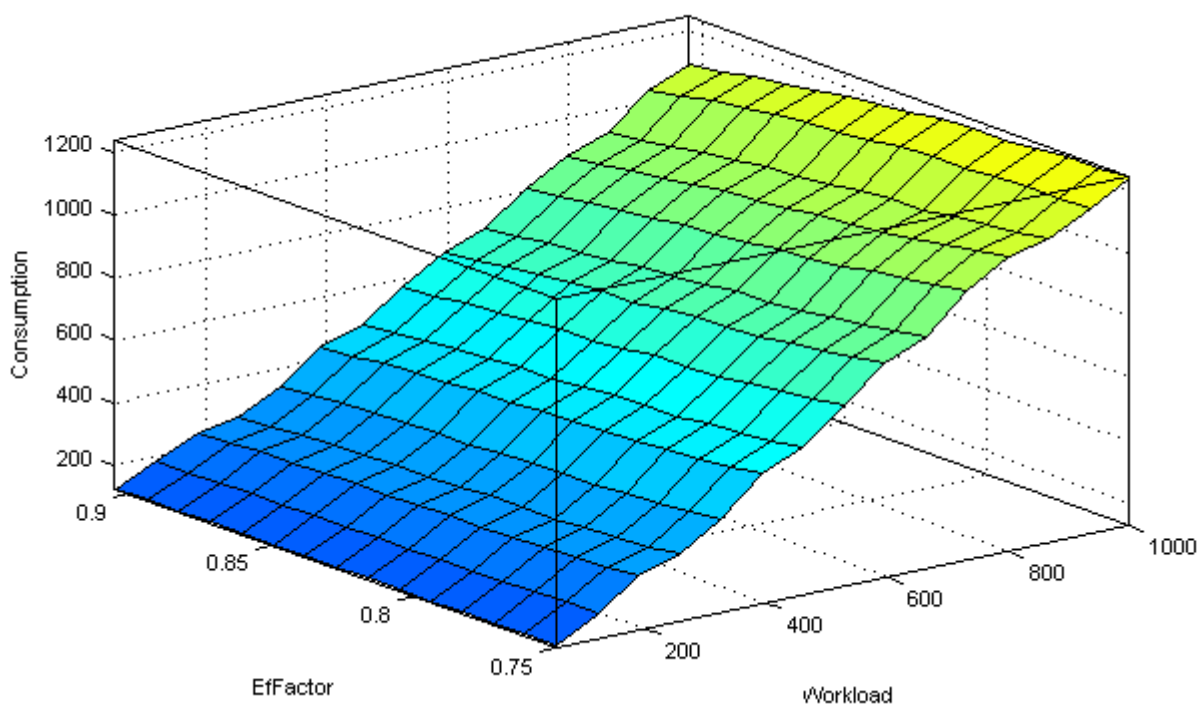


Рисунок 2б – Поверхность вывода для зависимости потребляемой мощности от нагрузки и КПД

Каскад FIS может быть гораздо более сложным и таких сигналов, от которых зависит результат, может быть больше.

Вопросы, связанные со снижением неопределённости, вызванной взаимной зависимостью аргументов, до сих пор не рассматривались в контексте каскадного нечёткого логического вывода, тем не менее, в настоящий момент существует ряд методов и подходов

к решению подобной проблемы в нечётких и интервальных вычислениях (интервальные методы применяются при  $\alpha$ -уровневой реализации нечётких вычислений).

1. Подход на основе расширения чёткого выражения (как с использованием  $\alpha$ -уровневого представления нечётких параметров, так и на базе дискретного) и/или использования полной истории получения операндов. Применяется при решении систем дифференциальных уравнений с нечёткими коэффициентами и/или начальными условиями [3, 13], при реализации нечётких арифметических вычислений, расчёте результатов композиции нечётких функций. Методы, реализующие данный подход, формулируются относительно каждой отдельной задачи, с учётом специфики операндов и свёртывающих выражений. Подход предполагает наличие или аналитически заданного выражения, включающего арифметические действия и/или функциональные зависимости, или дерева выражения, составленного из поддеревьев, отражающих историю получения операндов. Основным достоинством подхода является то, что он позволяет в полной мере учесть многократное вхождение одной и той же переменной в результирующее выражение. Недостатком является высокая вычислительная сложность (число операций растёт экспоненциально относительно числа переменных и глубины дерева выражения). Несмотря на структурное подобие дерева выражения и графа каскада, применительно к задаче каскадного нечёткого логического вывода, подход требует существенной переработки с учётом представления результата вывода по каждой структуре каскада как композиции чёткого/нечёткого множества и нечёткого отношения.

2. Метод снижения неопределённости при итерационных нечётких вычислениях на основе линеаризованной истории получения операндов [3]. Позволяет существенно снизить вычислительные затраты при сохранении хорошего приближения к результату, полученному при использовании полной истории получения операндов. Может применяться как для нечётких арифметических операций, так и вычислений с использованием произвольных чётких функций нечётких переменных (используя разложение в ряд Тейлора). Прямой вариант метода нечеткой линеаризации является простой надстройкой над произвольной алгеброй независимых нечетких чисел (его реализация не требует изменения кода операций), а также предъявляет малые требования к этой алгебре. Основной проблемой, ограничивающей область применения метода, является эффект диссипации коэффициентов линейной комбинации, который при решении нелинейных может приводить к существенному росту погрешности по сравнению с методами многократного решения четких задач. Применительно к задаче каскадного нечёткого логического вывода мало применим, поскольку нечёткий логический вывод типа Мамдани без использования этапа дефаззификации не может быть представлен в виде чёткой функций нечётких переменных.

3. Интервальные методы снижения неопределённости [1, 4]: метод на основе нестандартных операций вычитания и деления, обобщённая интервальная арифметика, методы сужения интервалов, метод MV-форм. Методы данной группы ориентированы или на формирование свойств отдельных операций, или построение интервала включающего точный результат интервального выражения. В зависимости от условий применения, методы имеют свои достоинства и недостатки. К задаче каскадного нечёткого логического вывода их применить затруднительно не только в силу отсутствия возможности представления логического вывода типа Мамдани в виде чёткой функций нечётких переменных, но и из-за

того, что результат вывода не обладает выпуклостью, а его множество  $\alpha$ -уровня не описывается одним интервалом.

## **2. Способ каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани.**

По результатам рассмотрения подходов и методов снижения неопределённости, вызванной взаимной зависимостью аргументов, можно сделать вывод о необходимости разработки способа, учитывающий как нечёткий характер функций, реализуемых отдельными FIS (нечёткая функция чётких и нечётких переменных) [8], так и многократное использование одного и того же аргумента в разных FIS.

Обозначим все входные и выходные переменные каскада обобщённым термином «сигнал». Сигналы, являющиеся входами сразу для двух или более структур, взаимодействующих (напрямую или через потомков) с порождением общего потомка – назовём ветвящимися сигналами со взаимодействующими потомками (ВСВП-сигналами). Для того, чтобы учесть взаимодействие потомков ВСВП-сигнала, его значение нужно дискретизировать и подавать на дальнейшую часть каскада поэлементно, агрегируя значения выходных сигналов после прохождения всех элементов.

При наличии нескольких ВСВП-сигналов, каждый из них подлежит дискретизации, таким образом, требуется построить всевозможные сочетания элементов нечётких множеств, соответствующих всем ВСВП-сигналам, рассчитывая промежуточный результат для каждого сочетания.

Таким образом, предлагаемый способ каскадного нечёткого логического вывода типа Мамдани, учитывающий взаимную зависимость между аргументами структур, включает следующие этапы.

### **1. Анализ каскада FIS-структур.**

#### **1.1. Определение последовательности срабатывания FIS-структур.**

#### **1.2. Определение ветвящихся сигналов со взаимодействующими потомками (ВСВП-сигналы).**

#### **2. Задание начального набора значений сигналов**

#### **3. Для каждого такта работы каскада:**

- выбрать созданные на предыдущем такте ВСВП-сигналы и получить всевозможные комбинации элементов их значений (элементов нечётких множеств);

- увеличить число наборов сигналов в соответствии с полученными комбинациями элементов ВСВП-сигналов;

- рассчитать выходные сигналы FIS, срабатывающих на данном такте.

#### **4. Для каждого выходного сигнала каскада:**

- агрегировать значения, полученные по всем результирующим наборам данных;

- дефазифицировать (при необходимости) агрегированные значения.

Анализ каскада FIS-структур предлагается проводить на основе аппарата анализа информационных графов [5], позволяющего представить зависимости между сигналами каскада и последовательность их формирования в виде информационного потока.

На рисунках 3а и 3б представлены входные данные (нечёткая нагрузка) и результаты (нечёткая потребляемая мощность), рассчитанные для рассмотренного ранее примера определения мощности, потребляемой блоком питания при заданной нагрузке.

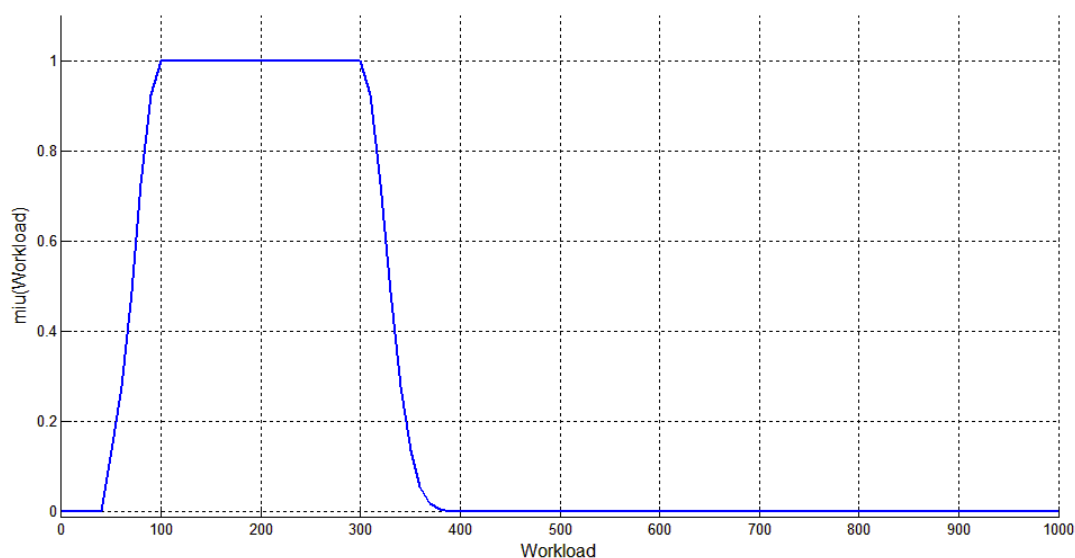


Рисунок 3а – Нечёткая нагрузка, подаваемая на вход каскада

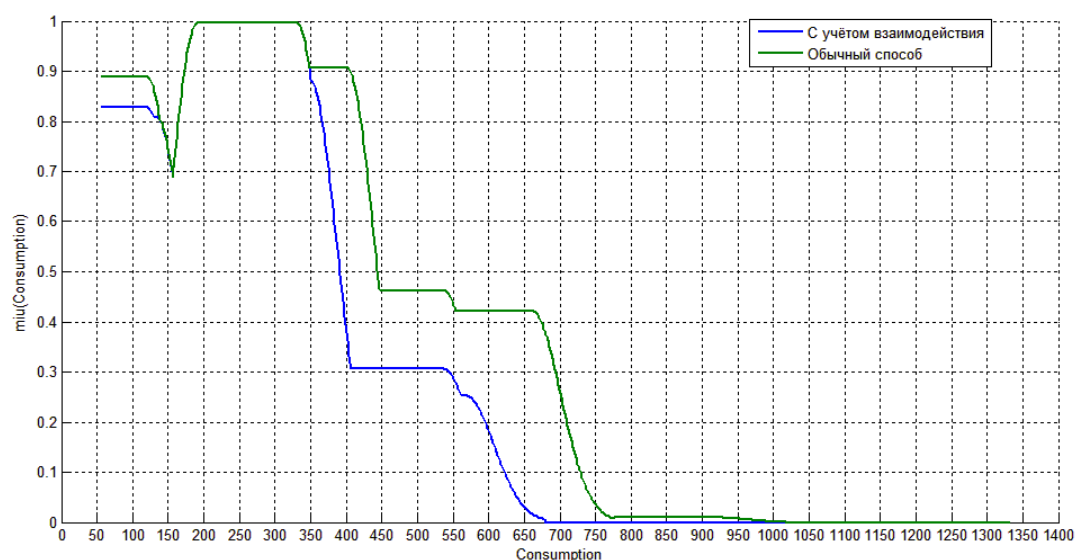


Рисунок 3б – Результирующее нечёткое потребление

Для нечётких результатов, рассчитанных по каждому способу была также проведена оценка неточности по дискретному варианту меры Хигаши-Клира [9] и дефаззификация (см. таблицу 1). Как видно, снижение неточности на 4.14% оказало существенное влияние на результат дефаззификации, изменившийся, по сравнению с обычным способом на 17.07%.

Таблица 1 – Оценка результатов, полученных разными способами

Результаты	Обычный способ	С учётом взаимодействия	Относительная разница
Неточность по Хигаши-Клиру	807.6925	842.5718	4.14%
Дефаззифицированный результат	275.1586	331.7863	17.07%

### **Заключение**

Несмотря на широкое распространение каскадных моделей нечёткого логического вывода, в т.ч. на основе структур типа Мамдани без этапа дефаззификации, до сих пор не уделялось достаточного внимания снижению неопределённости результата каскадного вывода за счёт учёта взаимной зависимости сигналов.

Методы учёта взаимного влияния аргументов, применяемые в других областях нечётких и интервальных вычислений, не могут быть использованы для решения указанной задачи.

Предлагаемый способ каскадного нечёткого логического вывода на структурах типа Мамдани с исключённым этапом дефаззификации ликвидирует этот пробел. Способ отличается учётом взаимной зависимости между аргументами (входными сигналами/входными переменными) на основе дискретизированного представления входных и выходных нечётких множеств и позволяет уменьшить неопределённость (неточность) результата каскадного вывода за счёт исключения из рассмотрения невозможных сочетаний элементов множеств взаимодействующих нечётких аргументов.

### **Список литературы**

1. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. – Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000.-352 с.
2. Борисов В. В., Круглов В. В., Федулов А. С. Нечеткие модели и сети. - 2-е изд., стереотип. - М.: Горячая линия - Телеком, 2012. - 284 с.
3. Евдокимов А.В. Метод нечеткой линеаризации для численного решения алгебраических и дифференциальных уравнений // Электронный журнал "Исследовано в России", 168, 2003 – С. 2042-2058. <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2003/168.pdf>
4. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. – Новосибирск: Наука, 1986. – 222 с.
5. Меньков А.В. Теоретические основы автоматизированного управления / А.В. Меньков, В.А. Острейковский – М.: Издательство Оникс, 2005. – 640 с.
6. Akyüz İ. H., BİNGÜL Z., Kizir S. Cascade fuzzy logic control of a single-link flexible-joint manipulator //Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences. – 2012. – Т. 20. – №. 5. – С. 713-726.
7. Babuška R. Fuzzy modeling for control. – Springer Science & Business Media, 2012. – Т. 12. - pp. 21-24.
8. Dubois D. J. Fuzzy sets and systems: theory and applications. – Academic press, 1980. – Т. 144.
9. Higashi M., Klir G. J. Measures of uncertainty and information based on possibility distributions //International Journal of General Systems. – 1982. – Т. 9. – №. 1. – С. 43-58.
10. Mahapatra S. S., Nanda S. K., Panigrahy B. K. A Cascaded Fuzzy Inference System for Indian river water quality prediction //Advances in Engineering Software. – 2011. – Т. 42. – №. 10. – С. 787-796.
11. Mar J., Lin H. T. A car-following collision prevention control device based on the cascaded fuzzy inference system //Fuzzy sets and systems. – 2005. – Т. 150. – №. 3. – С. 457-473.
12. Mitchell S. A Cascading Fuzzy Logic Approach for Decision Making in Dynamic Applications : дис. – University of Cincinnati, 2016.
13. Oberguggenberger M., Pittschmann S. Differential equations with fuzzy parameters. // Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems, 5:181-202, 1999. <http://techmath.uibk.ac.at/numbau/publications/98-2.ps>



14. Russo F., Ramponi G. A noise smoother using cascaded FIRE filters //Fuzzy Systems, 1995. International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and The Second International Fuzzy Engineering Symposium., Proceedings of 1995 IEEE Int. – IEEE, 1995. – Т. 1. – С. 351-358.

## References

1. Altunin A.E., Semuhin M.V. “Modeli i algoritmy prinyatiya reshenij v nechetkih usloviyah”(“Models and algorithms of decision making in fuzzy environment”): Monografiya. – Tyumen’: Izdatel’stvo Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta, 2000.- 352 p.
  2. Borisov V.V., Kruglov V.V., Fedulov A.S. “Nechetkie modeli i seti”(“Fuzzy models and networks”). Izd. 2 stereotip. - M.: Goryachaya liniya - Telekom, 2012. - 284 p.
  3. Evdokimov A.V. “Metod nechetkoj linearizacii dlya chislennogo resheniya algebraicheskikh i differencial’nyh uravnenij”(“A method of fuzzy linearization for numerical solution of algebraic and differential equations”) // Elektronnyj zhurnal “Issledovano v Rossii”, issue 168, 2003 – pp. 2042-2058. <http://zhurnal.apelarn.ru/articles/2003/168.pdf>
  4. Kalmykov S.A., Shokin YU.I., Yundashev Z.H. “Metody interval’nogo analiza”(“Methods of interval analysis”). – Novosibirsk: Nauka, 1986. – 222 p.
  5. Men’kov A.V. “Teoreticheskie osnovy avtomatizirovannogo upravleniya”(“Theoretical foundations of automated control”)/ A.V. Men’kov, V.A. Ostrejkovskij – M.: Izdatel’stvo Oniks, 2005. – 640 p.
  6. Akyüz İ. H., BİNGÜL Z., Kizir S. Cascade fuzzy logic control of a single-link flexible-joint manipulator //Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences. – 2012. – V. 20. – №. 5. – pp. 713-726.
  7. Babuška R. Fuzzy modeling for control. – Springer Science & Business Media, 2012. – V. 12. - pp. 21-24.
  8. Dubois D. J. Fuzzy sets and systems: theory and applications. – Academic press, 1980. – Т. 144.
  9. Higashi M., Klir G. J. Measures of uncertainty and information based on possibility distributions //International Journal of General Systems. – 1982. – V. 9. – №. 1. – pp. 43-58.
  10. Mahapatra S. S., Nanda S. K., Panigrahy B. K. A Cascaded Fuzzy Inference System for Indian river water quality prediction //Advances in Engineering Software. – 2011. – V. 42. – №. 10. – pp. 787-796.
  11. Mar J., Lin H. T. A car-following collision prevention control device based on the cascaded fuzzy inference system //Fuzzy sets and systems. – 2005. – V. 150. – №. 3. – pp. 457-473.
  12. Mitchell S. A Cascading Fuzzy Logic Approach for Decision Making in Dynamic Applications : dissertation. – University of Cincinnati, 2016.
  13. Oberguggenberger M., Pittschmann S. Differential equations with fuzzy parameters. // Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems, 5:181-202, 1999. <http://techmath.uibk.ac.at/numbau/publications/98-2.ps>
  14. Russo F., Ramponi G. A noise smoother using cascaded FIRE filters //Fuzzy Systems, 1995. International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and The Second International Fuzzy Engineering Symposium., Proceedings of 1995 IEEE Int. – IEEE, 1995. – V. 1. – pp. 351-358.
-