



Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала:

<http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 004.032.26

ДРОБНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

¹Галимянов А.Ф., ²Галимянов Р.А.

ФГБОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань, Россия (420008, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18, к. 1) e-mail: anis_59@mail.ru;

²ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет», Казань, Россия (420066 Республика Татарстан, г. Казань ул. Красносельская, 51, корп. Д), e-mail: grinat@icloud.com

Для моделирования педагогических процессов и прогнозирования, а также влияния отдельных параметров на педагогический результат предлагается использовать искусственные нейронные сети. В этих целях предлагается использовать нейронную сеть с обратным шагом. Для моделирования этой сети предложено дробно-дифференциальное уравнение с дробным производным Капуто.

Ключевые слова: Нейронные сети, архитектура с обратной связью, дробно-дифференциальные уравнения.

FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR FORECASTING IN PEDAGOGICAL SYSTEMS

¹Galimyanov A.F., ²Galimyanov R.A.

Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia, (420008, Republic of Tatarstan, Kazan, Kremlevskaya str., 18, k. 1) e-mail: anis_59@mail.ru;

²Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia (420066 Republic of Tatarstan, Kazan, Krasnoselskaya str., 51, building D), e-mail: grinat@icloud.com

Artificial neural networks are proposed to be used for modeling pedagogical processes and forecasting, as well as the influence of individual parameters on the pedagogical result. For this purpose, it is proposed to use a neural network with a reverse step. To model this network, a fractional differential equation with fractional Caputo derivatives is proposed.

Keywords: Neural networks, feedback architecture, fractional differential equations.

Прогнозирование в педагогических системах, исследование и предсказание влияния самых различных параметров на результаты педагогического процесса является весьма важным условием для правильной организации учебного и воспитательного процесса. В настоящее время принятие всесторонне обоснованных дидактических решений требует современных методов анализа и применения новых прогностических моделей. Учитывая, что в педагогический процесс влияют самые разные факторы, отобрать из них наиболее важные и изменять их в сторону оптимизации без продуктивной переработки потоков данных в

упорядоченную систему не применяя современных методов обработки невозможно. В настоящее время самым продуктивным методом обработки данных являются компьютерные интеллектуальные системы, основанные на искусственных нейронных сетях.

Использование нейронных сетей в самых разных компьютерных приложениях, в том числе и для прогнозирования, берет свое начало от попытки воспроизвести работу биологических нейронных систем, их способностей обучаться и исправлять свои ошибки. Но здесь следует иметь в виду, что слово “обучаться” в этом случае употребляется не в педагогическом смысле, а в смысле “тренировки” искусственной системы, когда изменением его параметров происходит процесс улучшения ее функциональных возможностей.

Биологический нейрон состоит из тела клетки (cell body), или еще называют его сома (soma), а также двух типов внешних древоподобных отростков - аксона (axon) и дендритов (dendrites). Само же тело клетки включает в себя ядро (nucleus), где содержится информация о наследственных свойствах, и плазму. Плазма обладает молекулярными средствами для производства материалов, необходимых для нервной клетки. Получает же сигналы нейрон от других нейронов через приемники – дендриты, а далее передает сигналы, обработанные или сгенерированные им самим по аксону, в конце которого имеются волокна (strands). На окончаниях этих волокон находятся синапсы (synapses). Через них данный импульс (сигнал) достигает других нейронов, которые вследствие этого тоже могут возбуждаться. Но рассматриваемый нейрон возбуждается только тогда, когда суммарный уровень всех сигналов (импульсов), которые в него приходят, превышает критический уровень, который называется порог активации. По другому говоря, каждому входу нейрона сопоставляются некоторые численные коэффициенты, называемые весами. Они могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Когда они положительны, синапс оказывает возбуждающее, когда отрицательны, замедляющее, то есть тормозящее действие, или действие возбуждающего синапса моделируется положительным значением веса, а действие тормозящего синапса – отрицательным значением.

Концепция искусственных нейронных сетей состоит в том, что нейроны моделируются простыми автоматами, а вся функциональность определяется связями между нейронами. У искусственного нейрона также имеется входная группа (синапсы), а также аксон (выходная связь). Выходной сигнал посылается другим элементам по взвешенным связям.

Отличие любых нейронных сетей состоит в том, что они содержат большое количество нейронов и поэтому любая нейронная сеть является весьма высокоустойчивой к помехам, поэтому отдельные сбои, а также погрешности не оказывают существенного влияния на общие результаты функционирования, то есть на результаты работы. Поэтому они практически незаменимы для обработки параметров педагогического процесса и для прогнозирования.

Очень большое значение имеет так называемая архитектура связей нейронных сетей. По ним нейронные сети разделяются на два класса: сети прямого распространения, где связи не имеют петель возврата, и сети обратного распространения, или рекуррентные сети, которые имеют обратные связи между нейронами.

В последнее время нелинейные системы дробного порядка начали изучаться не только благодаря успешному их применению при моделировании физических явлений, таких как хаос, колебания, импульсы, диффузии, но и также благодаря их успешному и все более широкому применению их в самых различных областях, например, химия, биология,

электроника и т.д. Мы предлагаем применять данные системы для исследования и моделирования педагогических процессов. Эти процессы мы можем рассматривать как хаотические нелинейные системы. Они являются очень сложными из-за нерегулярного и непредсказуемого поведения. Их примечательной особенностью является то, что они являются очень чувствительными к начальным условиям. В таких системах также возможны неожиданные колебания, которые могут даже разрушить стабильность системы. Поэтому возникает необходимость их эффективного подавления. Поэтому были разработаны разные методы стабилизации нелинейных хаотических систем, в которых сосредоточено управление хаосом дробного порядка [1].

Технология управления нейронной сетью представляет собой интеллектуальный метод управления нелинейными системами с неопределенностями. Идея метода заключается в аппроксимации неизвестных нелинейных функций с использованием нейронных сетей с радиальными базисными функциями (RBFNNS), которые представляют собой тип нейронной структуры, сформированной путем вычисления некоторых векторов регулируемых параметров и некоторых конкретных непрерывных функций. Данный метод является популярным, так как он облегчает управление нелинейными системами, в которых данные неточны или являются слишком сложными для математического моделирования. Поэтому он обеспечивает доступный способ для проектов управления и в значительной степени применим в области разработки систем управления.

Метод обратного шага является эффективным при обработке неопределенностей нелинейных систем целого порядка. Но у него имеются недостатки, в том числе и неустранимые, которые отмечены в [1]. По аналогии с этой работой, в настоящей статье предлагается применить данный подход для педагогических систем.

Для полноты введем определения [3]

Определение 1. Пусть $0 < \alpha < 1$. Для заданной функции $f: [0, \infty] \rightarrow R$ ее интеграл порядка α (Римана-Лиувилля) определяется следующим образом:

$${}_0I_x^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt$$

здесь $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция Эйлера.

Определение 2. Пусть $\alpha \geq 0$. Для заданной функции $f: [0, \infty] \rightarrow R$ ее производная Капуто порядка α определяется следующим образом:

$${}_0^C D_x^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^x \frac{f^{(n)}(t)}{(x-t)^{\alpha+1-n}} dt, \alpha \geq 0, x > 0, \alpha \in [n-1, n), n = 1, 2, \dots$$

По аналогии с [1] введем уравнение моделирования педагогической системы следующим образом:

$${}_0^C D_t^\alpha x(t) = -x(t) + x^2(t) + u(t)$$

здесь $0 < \alpha < 1$, $x(t)$ – переменная состояния, $u(t)$ – входная переменная.

Можно доказать, что если выходной сигнал управления сформулирован при помощи данного уравнения, законы адаптации разработаны по [1], ошибка отслеживания должна стремиться к достаточно малой окрестности точки равновесия.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта “Цифровая модель формирования индивидуальной траектории профессионального развития

учителя на основе больших данных и нейросетей (на примере Республики Татарстан)”, № 19-29-14082

Список литературы

1. Xue G, Lin F and Qin B (2020) Adaptive Neural Network Control of Chaotic Fractional-Order Permanent Magnet Synchronous Motors Using Backstepping Technique. *Front. Phys.* 8:106. doi: 10.3389/fphy.2020.00106
2. Galfmyanov A.F., Vorontsova V.L., Gorskaya T.Y., Approximate methods for the equations with fractional differential operator//*Global Journal of Pure and Applied Mathematics.* - 2015. - Vol.11, Is.6. - pp.5133-5144.
3. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.Н., Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. - Минск: Наука и техника, 1987. - 688с.
4. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser L., Polosukhin I. (2017). Attention Is All You Need. NIPS.
5. Chen, Tian Qi and Rubanova, Yulia and Bettencourt, Jesse and Duvenaud, David K (2018) Neural Ordinary Differential Equations. *Advances in Neural Information Processing Systems* 31, 6571—6583 NIPS2018

References

1. Ua, Link F and In B (2020) Adaptive Neural Network Control of Chaotic Fractional-Order Permanent Magnet Synchronous Motors Using Backstepping Technique. *Front. Phys.* 8:106. doi: 10.3389/fphy.2020.00106
 2. Galfmyanov A.F., Vorontsova V.L., Gorskaya T.Y., Approximate methods for the equations with fractional differential operator//*Global Journal of Pure and Applied Mathematics.* - 2015. - Vol.11, Is.6. - pp.5133-5144.
 3. Caro S.G., Lglbas A.A., Marichev O.N., Integrals and derivatives of fractional order and some of their applications. - - Minsk: Science and Technology, 1987. – p. 688.
 4. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser L., Polosukhin I. (2017). Attention Is All You Need. NIPS.
 5. Chen, Tian Qi and Rubanova, Yulia and Bettencourt, Jesse and Duvenaud, David K (2018) Neural Ordinary Differential Equations. *Advances in Neural Information Processing Systems* 31, 6571—6583 NIPS2018
-