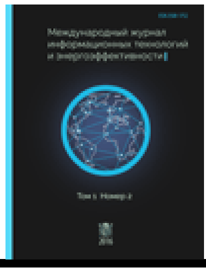
Кузнецов В.С. Границы связи в непрерывном гауссовском канале// Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности. – 2025. – Т. 10 № 12(62) с. 145–149

ОТКРЫТАЯ НАУКА
издательство

Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала: http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/



УДК 004.052:621.391.12

ГРАНИЦЫ СВЯЗИ В НЕПРЕРЫВНОМ ГАУССОВСКОМ КАНАЛЕ

Кузнецов В.С.
ФГАОУ ВО "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ "МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ", Москва, Россия, (124498, город Москва, город Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), e-mail: vistep2000@yahoo.com

В статье доказано, что синхронный ортогональный код при высокой достоверности приёма в непрерывном гауссовском канале и скорости передачи информации, равной пропускной способности канала асимптотически обеспечивает предельно минимальное требуемое отношение E_b/N_0 в этом канале. Сложность декодирования определяется предельно разреженной генераторной матрицей этого кода.

Ключевые слова: Непрерывный гауссовский канал с АБГШ, коды ППСУ, синхронный ортогональный код, частотная эффективность, разделимость сигналов.

COMMUNICATION BOUNDS IN A CONTINUOUS GAUSSIAN CHANNEL

Kuznetsov V.S.
"NATIONAL RESEARCH UNIVERSITY "MOSCOW INSTITUTE OF ELECTRONIC TECHNOLOGY", Moscow, Russia, (124498, Moscow, Zelenograd, Shokina Square, 1), e-mail: vistep2000@yahoo.com

The article proves that synchronous orthogonal code at high receiving reliability in a continuous Gaussian channel and information transmission rate , equal to the channel capacity asymptotically provides limiting minimum needful ratio E_b/N_o in this channel. The complexity of decoding is determined by the extremely sparse generator matrix of this code.

Keywords: Continuous Gaussian channel with AWGN, the densest surface – spherical packing (DSSP) codes, synchronous orthogonal code, frequency efficiency; signal separability.

Введение

Целью статьи является рассмотрение принципов построения системы передачи информации на основе синхронного ортогонального кода (ОК), являющегося на сегодняшний день лучшим кодом плотнейшей поверхностно – сферической упаковки (ППСУ). Сложность декодирования этого ОК определяется матрицей Адамара, или диагональной матрицей, обладающими уникальным свойством предельного разрежения вплоть до двух , или до одного ненулевого элемента в каждой строке генераторной матрицы при любой длине существования ОК.

Зададим два основных параметра качества передачи и приёма цифрового сообщения: блоковую вероятность ошибки $Q_{err.}$ и скорость передачи R.

$$R = \frac{k}{T} = \frac{k}{n\tau_{ch}} = \frac{r_c}{\tau_{ch}} \frac{\text{бит}}{\text{с}}, \quad \text{где}$$

$r_c = \dfrac{k}{n}$ – относительная скорость передачи помехоустойчивого кода (ПК) .

Оценим требуемое число отсчётов.

$n = \frac{T}{\Delta t} \geq 2FT,$ где $F -$ выходная полоса канала,

равная максимальной частоте спектра передаваемого сообщения;

$F = \frac{1}{l \cdot \tau_{ch}}$, где l - коэффициент согласования с каналом по скорости передачи.

T = n τ_{ch} – время наблюдения, $\tau_{ch.}$ – длительность тактового импульса.

Частотная эффективность системы $\gamma_{\text{сист.}} = \frac{R}{F} = r_c \cdot l$ не может превышать частотную эффективность канала, т.е. выбираем $\gamma_{\text{сист.}} = \gamma_{кан.}$ При этом выполняется предельное равенство R = C, где C - пропускная способность непрерывного канала с АБГШ, C = F $\cdot \log_2(1+\frac{P_c}{N})$ = F $\cdot\ \gamma_{кан.}$.

Определим коэффициент согласования l. Т. к. $\gamma_{\text{сист.}} = r_c \cdot l = \gamma_{\text{кан.}}$, то l = $\frac{\gamma_{\text{кан.}}}{r_c}$;

$$\text{тогда} \quad F = \frac{r_c}{\gamma_{кан.} \cdot \tau_{ch}} = \frac{R}{\gamma_{\ кан.}} = \frac{C}{\gamma_{\ кан.}}\ . \qquad (1)$$

К сожалению, ошибка Д. Слепяна по выбору частотной эффективности ($\gamma = \frac{2 \cdot \log_2 M}{n} = 2 \cdot$ r$_c$, выр.(8) в [1]) по форме сигнала , а не по условию согласования с каналом по скорости передачи информации надолго затормозила развитие теории связи и передачи данных в гауссовском канале (спутниковые и космические каналы ближнего и дальнего космоса). С учётом выражения (1)

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_c \cdot n \cdot \tau_{ch}}{N_0 \cdot k} = \frac{P_c \cdot F}{N_0 \cdot R \cdot F} = \frac{P_c / N}{R / F} = \frac{P_c / N}{\gamma_{кан.}} = \frac{(P_c / N) \cdot \ln 2}{\ln(1 + \frac{P_c}{N})}. \qquad (2)$$

Система, определяемая выражением (1), является широкополосной.

Основной смысл теоремы К.Э. Шэннона для непрерывного гауссовского канала [2] заключается в том, что “ применяя достаточно сложную систему кодирования, можно передавать двоичные цифры со скоростью R = C, со сколь угодно малой частотой ошибок “. Выбранную систему кодирования назовём оптимальной, если указанные результаты достигаются при

асимптотическом приближении требуемого отношения $\frac{E_b}{N_0}$ к ln2.

При выборе оптимального ПК с предельно высокой помехоустойчивостью (d$_x$ ≈ n/2) требуемое отношение $0 < \frac{P_c}{N} = \alpha \ll 1$ (при заданной блоковой вероятности ошибки Q$_{err.}$), что определяет величину ln ($1+\frac{P_c}{N}) \approx \frac{P_c}{N}$. В этом случае при $F \to \infty$ $\lim \frac{E_b}{N_0}$ = ln2, что является решением проблемы К.Э. Шеннона [2] по энергетике для непрерывного канала с АБГШ.

Таким образом, ПК с высокой относительной избыточностью $\alpha = \frac{1}{r_c}$ должен обладать и предельно высокой помехоустойчивостью (ПУ) при выборе .

К.Э.Шэннон при доказательстве своей теоремы выбрал ансамбль белого (в ограниченной полосе частот) гауссовского шума с выбором M функций сигнала наудачу из числа всех точек внутри сферы радиуса $\sqrt{nP_c}$.

На практике указанным выше требованиям удовлетворяют коды плотнейшей поверхностно – сферической упаковки (коды ППСУ). Это известные симплексные коды, биортогональные коды а также ортогональные коды (ОК) , близкие к кодам ППСУ при длинне блока n>>1. К тому же, ОК обладают замечательным свойством разделимости при одновременной и синхронной передаче всех комбинаций ОК (при строго нулевом взаимном сдвиге по задержке). Это позволяет увеличить скорость передачи R и АЭВК синхронного ОК в $\frac{n}{\log_2 M}$ раз по сравнению с передачей только одной кодовой комбинации ОК в каждом сеансе связи. Большим достоинством кодов ППСУ является то, что вероятность блоковой ошибки декодирования $Q_{err.} \leq 10^{-5}$ обеспечивается выбором их длины не более 2048 символов.

Остановимся на выборе квадратной генераторной матрицы, задающей синхронный ОК, и оценим сложность декодера и процедуры декодирования этого кода.

а) $H_2 = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & -1. \end{matrix}$ б) $H_4 = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1. \end{matrix}$ в) $H_8 = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1. \end{matrix}$

г) $H_4 = \begin{matrix} \sqrt{nP_c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{nP_c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{nP_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{nP_c}. \end{matrix}$ д) $H_4 = \begin{matrix} \sqrt{n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{n}. \end{matrix}$

Рисунок 1- Матрицы ортогональных кодов:
а) и б) - задающие двоичные матрицы Адамара, $n_{ОК} = 2$ и 4;
в) - разреженная матрица Адамара, $n_{ОК} = 8$;
г) - задающая диагональная матрица ОК, $n_{ОК} = 4$.
д) - приёмная диагональная матрица ОК, $n_{ОК} = 4$.

Сравнение основных параметров генераторных матриц синхронных ОК приводится в Таблице 1.

Таблица 1 - Генераторные матрицы, задающие синхронный ОК

Параметры	Двоичная матрица Адамара	Разреженная матрица Адамара	Диагональная матрица . ОК
Сложность декодера z эл.	n^2	$2 \cdot n$	$1 \cdot n$
Число опера – ций декодир. Z	n^2	$1 \cdot n \cdot log_2 n$	n
Скорость пе - редачи R бит/с	$\frac{n_2}{n_{ок} \cdot \tau_{ch}} = \frac{1}{\tau_{ch}}$	$\frac{1}{\log_2 n \cdot \tau_{\text{перекл.}}}$	$\frac{1}{\tau_{ch}}$, $\tau_{\text{перекл.}} = \tau_{ch}$

При выигрыше по числу операций в $\frac{n}{\log_2 n}$ раз по сравнению с двоичной матрицей Адамара недостатком выбора разреженнной матрицы Адамара является снижение скорости передачи информации в $\log_2 n$ раз. В то же время,
диагональная матрица ОК задаёт минимальное число операций декодирова -ния, равное $n_{ОК}$ и выполняемых за одну итерацию .

Таким образом, выбор кодов ППСУ , и в частности, синхронных ОК с корреляционным методом декодированием в непрерывном гауссовском канале позволяет решить проблемы К.Э.Шеннона по помехоустойчивости и энергетике [2, 3] , а выбор разреженных генераторных матриц ОК позволяет существенно сократить сложность декодера и число операций при декодировании.

В качестве примера приведём расчёт основных параметров синхронного ОК 2048 [4].

Таблица 2 - Основные параметры синхронного ОК 2048

Параметры ПК	q_{bit}	$\frac{P_c}{N}$	max R Мбит/с	$\gamma_{кан.}$ бит/(с·Гц)	$\frac{E_{bit}}{N_0}$ дБ	F МГц
$n_{ОК}$=2048, M=2048, k=M, r_C=1, d_X =1024.	**10^{-3}**	0,0234	228,0	0,0334	-1,541	6826,0
	10^{-5}	0,0321		0,0456	-1,523	5000,0
	10^{-7}	0,0409		0,0578	-1,504	3945,0

Полученные результаты выбора, расчёта и практического применения кодов ППСУ делают не нужным применение других типов кодов (таких, как свёрточные коды, коды Рида – Соломона и, тем более, кодов LDPC и др.) в рассматриваемом канале.

Список литературы

1. David Slepian. Bounds on communication. The Bell system technical journal .
May 1963, pp. 681–707.

2. Claude E. Shannon. Communication in the presence of noise// Collected papers. Edited by N.J.A.Sloane, Aaron D. Wyner.- IEEE Press, New York, N.Y. USA. 1993, pp.160 – 172.
3. Claude E. Shannon. Probability of error for optimal codes in a gaussian channel// Collected papers. Edited by N.J.A.Sloane, Aaron D. Wyner.- IEEE Press, New York, N.Y. USA. 1993, pp. 279 – 324.
4. Кузнецов В.С. Асимптотическое достижение минимально допустимого значения К.Э. Шеннона по энергетике синхронным ортогональным кодом. – М.: Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности. – 2025 г. - т.10, № 9 (59), С.182 – 188.

References

1. David Slepian. Bounds on communication. The Bell system technical journal. May 1963, pp. 681–707.
2. Claude E. Shannon. Communication in the presence of noise// Collected papers. Edited by N.J.A.Sloane, Aaron D. Wyner.- IEEE Press, New York, N.Y. USA. 1993, pp.160 – 172.
3. Claude E. Shannon. Probability of error for optimal codes in a gaussian channel// Collected papers. Edited by N.J.A.Sloane, Aaron D. Wyner.- IEEE Press, New York, N.Y. USA. 1993, pp. 279 – 324.
4. Kuznetsov V.S. Asymptotic achievement of the minimum permissible value of K.E. Shannon on energy by synchronous orthogonal code. Moscow: International Journal of Information Technologies and Energy Efficiency. – 2025 – vol.10, No 9 (59), pp.182 – 188.