



Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала:

<http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 004.82

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КЛАСТЕРОВ СОЦИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОГО КОГНИТИВНОГО ПОДХОДА

¹Борисов В.В., ²Арбузов А.Д., ³Колягина С.Д.

^{1,2}Филиал ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ» в г. Смоленске, Россия, (214013, г. Смоленск, Энергетический проезд, 1), e-mail: ¹vbor67@mail.ru, ²alex_a97@mail.ru

³Военная академия ВПВО ВС РФ

Предложена постановка и решение задачи идентификации и анализа устойчивости кластеров социотехнических систем на основе нечеткого когнитивного подхода. Для идентификации кластеров обоснована совокупность показателей, основанная на нечетких отношениях взаимовлияния между объектами в этих системах. Описана процедура кластеризации объектов и идентификации кластеров социотехнической системы, позволяющая в итоге оценить нечеткие степени принадлежности этих объектов к кластерам, а также определить их характеристические особенности по результатам анализа свойств объектов, относящихся к каждому выделенному кластеру. Для анализа устойчивости кластеров объектов в социотехнических системах предложен оригинальный способ, заключающийся в оценке результатов согласования нечетких отношений взаимовлияния между объектами каждого из идентифицированных кластеров социотехнической системы. Представлены результаты использования предлагаемого подхода для идентификации и анализа устойчивости энергетической системы Смоленского региона.

Ключевые Социотехническая система, идентификация кластеров и анализ устойчивости, нечеткая когнитивная модель, нечеткое отношение взаимовлияния.

IDENTIFICATION AND ANALYSIS OF SUSTAINABILITY OF CLUSTERS OF SOCIOTECHNICAL SYSTEMS BASED ON A FUZZY COGNITIVE APPROACH

¹Borisov V.V., ²Arbuzov A.D., ³Kolyagina S.D.

Smolensk Branch of the National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Smolensk, Russia (214013, Smolensk, Energeticheskyy proezd, 1), e-mail: ¹vbor67@mail.ru, ²alex_a97@mail.ru

³Military academy of air defense of the Armed Forces of the Russian Federation

The formalization and solution of the problem of identifying and analyzing the sustainability of clusters of socio-technical systems based on a fuzzy cognitive approach is proposed. To identify clusters, a set of indicators based on fuzzy relationships of mutual influence between objects in these systems is justified. The procedure of clustering objects and identifying clusters of a sociotechnical system is described. It allows to evaluate the fuzzy degrees of belonging of these objects to clusters, as well as to determine their characteristic features by analyzing the properties of objects related to each selected cluster. To analyze the sustainability of clusters of objects in sociotechnical systems, an original method is proposed. It consists in assessing the results of coordination of fuzzy mutual influence relationships between objects of each of the identified clusters of a sociotechnical system. The results of using the proposed approach to identify and analyze the stability of the energy system of the Smolensk region are presented.

Keywords: Sociotechnical system, cluster identification and sustainability analysis, fuzzy cognitive model, fuzzy relationship of mutual influence.

Особенностями социотехнических систем является то, что их характеризуют: с одной стороны объединяющие свойства (например: общая сырьевая база; локализация на отдельной территории; технологическое, коммерческое и логистическое взаимодействие объектов; профильная специализация; синергетический эффект и повышение конкурентоспособности в результате взаимодействия); а с другой стороны, самостоятельность и активность входящих в эти системы разнородных объектов, а также разнотипность отношений между ними в зависимости от конкретных целей и задач их функционирования и развития [1-3].

Это приводит не только к проблеме возможности использования типовых подходов для решения задачи идентификации и анализа устойчивости кластеров объектов, входящих в эти социотехнические системы [4-6], но и вообще, к сложности постановки самой этой задачи для систем указанного класса.

Подходом, ориентированным на решение указанной проблемы, является нечеткий когнитивный подход, позволяющий трактовать все взаимосвязи и взаимозависимости между объектами социотехнической системы в виде не-четких отношений взаимовлияния (то есть, каузальных, причинно-следственных отношений), и, таким образом, применить для анализа устойчивости социотехнических систем и их кластеров аппарат нечеткой каузальной алгебры, описанный в [7].

В рамках решения задач идентификации и анализа устойчивости кластеров объектов в социотехнических системах в данной статье:

- во-первых, для идентификации кластеров объектов в социотехнических системах обосновывается совокупность показателей, основанная на нечетких отношениях взаимовлияния между этими объектами, и сформированная исходя из анализа построенной нечеткой когнитивной модели;
- во-вторых, для анализа устойчивости кластеров объектов в социотехнических системах предлагается использовать результаты оценки согласованности нечетких отношений взаимовлияния между этими объектами.

1. Постановка задачи

Пусть имеется множество объектов $A = \{a_i | i = 1..I\}$ социотехнической системы, связанных друг с другом различными производственно-технологическими, коммерческими, территориальными, логистическими и иными взаимодействиями, трактуемыми с точки зрения нечеткого отношения взаимовлияния:

$$R = \left\{ \left(r(a_i, a_j) / (a_i, a_j) \right) \mid r(a_i, a_j) \in [-1, 1], a_i, a_j \in A \right\},$$

такого, что $R: (a_i, a_j) \rightarrow [-1, 1], \forall a_i, a_j \in A$, т.е. ставит в соответствие каждой паре объектов $(a_i, a_j) \in A \times A$ значение (степень) взаимовлияния $r(a_i, a_j) \in [-1, 1]$.

Требуется:

во-первых, обосновать совокупность показателей для идентификации кластеров социотехнической системы, основанную на нечетком отношении взаимовлияния между объектами этой системы:

$$P = \{p_k | k = 1.. K\};$$

во-вторых, на основе обоснованной совокупности показателей выполнить кластеризацию объектов и осуществить идентификацию кластеров социотехнической системы

$$C = \{c_l | l = 1.. L\};$$

в-третьих, выполнить анализ устойчивости кластеров социотехнической системы на основе результатов оценки согласованности нечеткого отношения взаимовлияния между объектами кластеров и системы в целом.

2. Обоснование совокупности показателей для идентификации кластеров социотехнической системы на основе нечеткого отношения взаимовлияния между ее объектами

Ранее проведенные исследования [8] позволили определить целесообразность применения нечеткого когнитивного подхода для обоснования совокупности показателей для идентификации кластеров социотехнической системы.

Процедура обоснования этой системы показателей заключается в следующем.

Шаг 1. Формирование нечеткой когнитивной модели (НКМ), концепты которой соответствует объектам социотехнической системы $A = \{a_i | i = 1.. I\}$.

Шаг 2. Задание (либо экспертами, либо в результате экспериментов) нечеткого отношения взаимовлияния между концептами НКМ:

$$R = \left\{ \left(r(a_i, a_j) / (a_i, a_j) \right) | r(a_i, a_j) \in [-1, 1], a_i, a_j \in A \right\}.$$

Отношение R представим в виде матрицы смежности $\mathbf{R} = \|r_{ij}\|_{I \times I}$, где r_{ij} – степень влияния концепта-источника a_i на концепт-приемник a_j , I – число концептов модели.

Шаг 3. Преобразование матрицы \mathbf{R} , значения которой представлены в диапазоне $[-1, 1]$, в матрицу неотрицательных значений $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|_{2I \times 2I}$ по правилам:

$$\begin{aligned} \text{Если } r_{ij} > 0, \text{ То } q_{2i-1, 2j-1} &= r_{ij} \text{ И } q_{2i, 2j} = r_{ij}, \\ \text{Если } r_{ij} < 0, \text{ То } q_{2i-1, 2j-1} &= -r_{ij} \text{ И } q_{2i, 2j} = -r_{ij}. \end{aligned}$$

Шаг 4. Согласование матрицы \mathbf{Q} на основе ее транзитивного замыкания:

$$\widehat{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} \vee \mathbf{Q}^2 \vee \mathbf{Q}^3 \vee \dots,$$

где матрицы $\mathbf{Q}, \mathbf{Q}^2, \mathbf{Q}^3, \dots$ формируются на основе max-prod-композиции, а в качестве « \vee » используется операция max.

Если не удастся достичь транзитивного замыкания матрицы \mathbf{Q} , то модель считается неустойчивой, анализируются причины ее неустойчивости, и, если необходимо, определяются возможности приведения модели в устойчивое состояние.

Шаг 5. Преобразование транзитивно замкнутой матрицы \hat{Q} в матрицу $\mathbf{R}' = \left\| (r'_{ij}, \bar{r}'_{ij}) \right\|_{I \times I}$, описывающую согласованное нечеткое отношение взаимовлияний между объектами социотехнической системы и состоящую из положительно-отрицательных пар элементов, образованных по правилам:

$$r'_{ij} = \max(q_{2i-1, 2j-1}, q_{2i, 2j}), \quad \bar{r}'_{ij} = -\max(q_{2i-1, 2j}, q_{2i, 2j-1}).$$

Шаг 6. Выбор совокупности показателей для идентификации кластеров социотехнической системы из множества системных показателей, основанных на согласованном нечетком отношении взаимовлияния между объектами этой системы.

Из всего множества системных показателей, основанных на согласованном нечетком отношении взаимовлияния [7], для идентификации кластеров социотехнической системы по результатам проведенных исследований обоснован выбор совокупности следующих показателей:

- *показатель воздействия объекта на социотехническую систему*

$$p_1(a_i) = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^I \left(\text{sign}(r'_{ij} + \bar{r}'_{ij}) \max(|r'_{ij}|, |\bar{r}'_{ij}|) \right), \quad i = 1..I;$$

- *показатель воздействия социотехнической системы на объект*

$$p_2(a_i) = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^I \left(\text{sign}(r'_{ji} + \bar{r}'_{ji}) \max(|r'_{ji}|, |\bar{r}'_{ji}|) \right), \quad i = 1..I;$$

- *показатель согласованного влияния объекта на социотехническую систему*

$$p_3(a_i) = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^I \frac{|r'_{ij} + \bar{r}'_{ij}|}{|r'_{ij}| + |\bar{r}'_{ij}|}, \quad i = 1..I.$$

3. Кластеризация объектов и идентификация кластеров социотехнической системы

Для кластеризации объектов социотехнической системы, в соответствии с обоснованной в предыдущем разделе совокупностью показателей, предлагается использовать *иерархический агломеративный метод* (метод полной связи) [9], который позволяет построить дендрограмму разбиения объектов, иллюстрирующую зависимость качества кластеризации от числа кластеров.

Для определения же наиболее рационального числа кластеров в дополнение к иерархическому агломеративному методу предлагается использовать *метод силуэтов* [10]. При этом среднее значение ширины всех силуэтов рассматривается как показатель качества кластеризации.

После фиксации количества кластеров, соответствующих наиболее рациональному разбиению объектов на кластеры (т.е. при максимальном значении показателя качества кластеризации), предлагается воспользоваться методом кластерного анализа *C-means*, который позволяет определить нечеткие степени принадлежности этих объектов к кластерам [11].

Идентификация же кластеров социотехнической системы заключается в анализе свойств (производственно-технологических, коммерческих, территориальных, логистических и иных) объектов, относящихся к каждому выделенному кластеру, и в определении их характеристических особенностей.

4. Анализ устойчивости кластеров социотехнической системы

Рассмотренный в данной статье нечеткий когнитивный подход к идентификации кластеров социотехнических систем, во многом, определяет и способ, который целесообразно использовать для анализа устойчивости идентифицированных кластеров социотехнической системы.

Предлагаемый способ заключается анализе результатов согласования (транзитивного замыкания) нечетких отношений взаимовлияния между объектами каждого из идентифицированных кластеров социотехнической системы.

При этом вывод о степени устойчивости какого-либо кластера социотехнической системы делается на основании следующего правила: *степень устойчивости кластера социотехнической системы зависит от отношения числа итераций процедуры транзитивного замыкания к числу объектов этого кластера. Чем оно меньше, тем более устойчивыми являются этот кластер.*

Данное правило справедливо и для анализа устойчивости социотехнической системы в целом (см. раздел 2).

5. Пример идентификации и анализа устойчивости кластеров социотехнических систем

Ниже представлены результаты использования предлагаемого подхода для идентификации и анализа устойчивости энергетической системы Смоленского региона.

В результате предварительного исследования определено множество объектов этой социотехнической системы, построена НКМ, и на основе согласованного нечеткого отношения взаимовлияния между ее объектами рассчитаны значения показателей для кластеризации выявления кластеров энергетической системы Смоленского региона (см. таблицу 1).

На рисунке 1 представлена дендрограмма, полученная в результате применения иерархического агломеративного метода для кластеризации объектов энергетической системы Смоленского региона, а на рисунке 2 – график зависимости выбранного показателя качества кластеризации от количества кластеров.

Показатель качества кластеризации принимает наибольшие значения при разбиении объектов на 6 (0.446) и на 9 кластеров (0.450).

Зафиксируем разбиение объектов на 6 кластеров:

$$\begin{array}{lll} c_1: \{a_1, a_{13}, a_{19}, a_{20}\}; & c_2: \{a_7, a_{21}\}; & c_3: \{a_2, a_3\}; \\ c_4: \{a_4, a_5, a_6, a_{10}, a_{12}, a_{17}\}; & c_5: \{a_8, a_{11}, a_{14}, a_{15}, a_{18}, a_{22}\}; & c_6: \{a_9, a_{16}\}. \end{array}$$

Для зафиксированного числа кластеров применим метод C-means со значением коэффициента размытости (weighting exponent) 2, и значением параметра останковки 0.001.

На рисунке 3 показано расположение объектов и центров выявленных кластеров в пространстве обоснованных показателей P . В таблице 2 представлена матрица степеней принадлежности объектов к соответствующим кластерам.

Полученные результаты позволяют специалистам предметной области выполнить идентификацию кластеров энергетической системы Смоленского региона, заключающуюся в углубленном анализе свойств относящихся к ним объектов.

Таблица 1 – Значения показателей для идентификации энергетических кластеров Смоленского региона

Объекты	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	$p_1(a_i)$	$p_2(a_i)$	$p_3(a_i)$	
																							$p_1(a_i)$	$p_2(a_i)$	$p_3(a_i)$	
Десногорский энергетический колледж																							0.329	0.309	0.678	
Филиал «НИУ «МЭИ» в г. Смоленске																								0.448	0.330	0.692
Смоленская АЭС																								0.505	0.307	0.659
Смоленская ГРЭС																								0.218	0.237	0.512
Смоленская ТЭЦ-2																								0.209	0.272	0.491
Дорогобужская ТЭЦ																								0.215	0.223	0.480
Смоленсктеплосеть																								0.230	0.263	0.675
Дорогобужское тепловое хозяйство																								0.145	0.183	0.612
ООО «Гидрострой»																								0.123	0.114	0.348
ЗАО «Фирма Энерго+»																								0.137	0.204	0.474
ГК «Гурбопар»																								0.143	0.199	0.649
ООО «ЭнергоМонтаж Автоматика-ЭП»																								0.142	0.175	0.420
ФГУП «СПО «Аналитприбор»																								0.334	0.237	0.645
«АБО Арматура»																								0.145	0.153	0.667
АО «Стройкомплект-Эмаль»																								0.122	0.096	0.623
ООО «Глубур-Сервис»																								0.023	0.106	0.376
ООО «ГД «Автоматика»																								0.162	0.165	0.422
ОАО «Дорогобужкотломаш»																								0.162	0.099	0.643
ОАО «Смоленскэнерго»																								0.351	0.309	0.649
Филиал «СмоленскАтом ЭнергоСбыт»																								0.284	0.330	0.552
ООО «Русэлпром-СЭЗ»																								0.202	0.271	0.715
ООО «ЭнергоПромМаркет»																								0.172	0.223	0.610

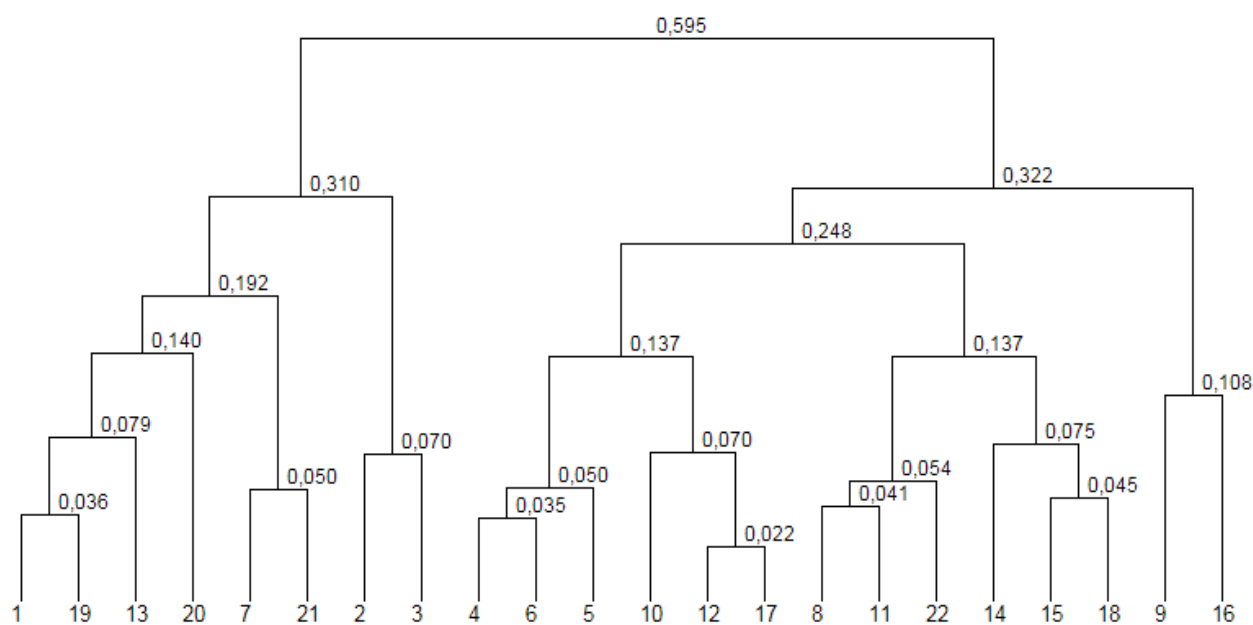


Рисунок 1 – Дендрограмма кластеризации объектов энергетической системы Смоленской области (иерархический алгоритм)

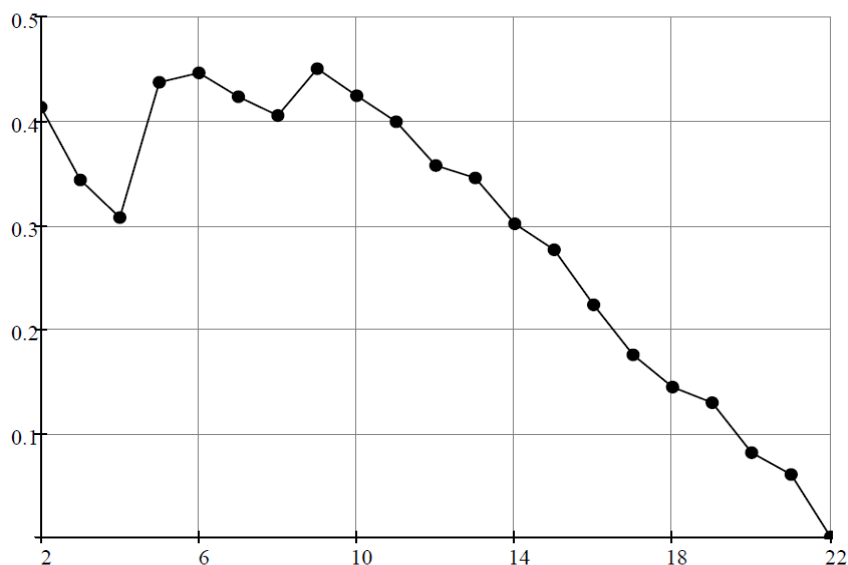


Рисунок 2 – Зависимость качества кластеризации от количества кластеров

Как отмечено в разделе 4, в основе вывода об устойчивости энергетической системы Смоленского региона лежит анализ результатов согласования нечетких отношений взаимовлияния между объектами каждого из идентифицированных кластеров социотехнической системы, а также системы в целом.

Так, при выполнении процедуры согласования нечеткого отношения взаимовлияния построенной НКМ транзитивное замыкание нечеткой матрицы положительных связей Q сошлось за 4 итерации ($\ll I$), что свидетельствует о существенной устойчивости энергетической системы Смоленского региона. Такие же выводы можно сделать относительно всех выделенных кластеров системы.

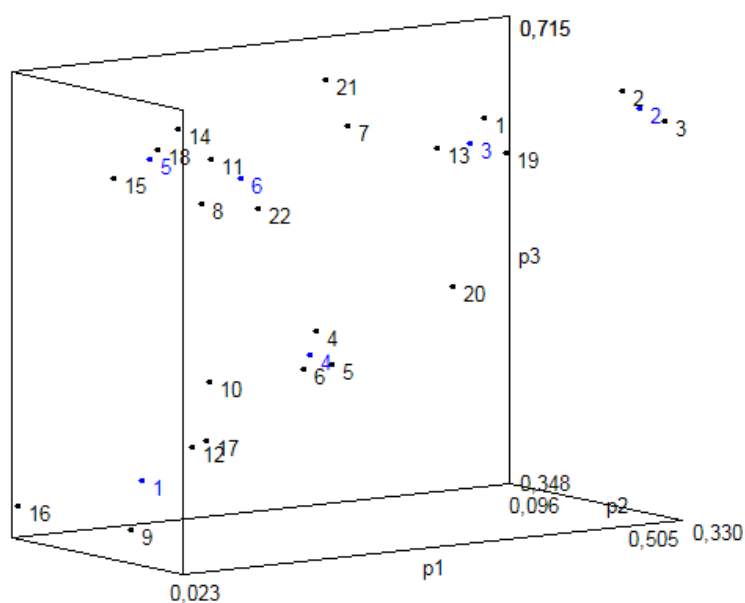


Рисунок 3 – Результаты кластеризации объектов энергетической системы Смоленского региона

Таблица 2 – Матрица степеней принадлежности объектов к соответствующим кластерам энергетической системы Смоленского региона

Кластеры	Объекты																					
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	a_{21}	a_{22}
1	.005	.004	.005	.011	.024	.022	.031	.022	.875	.277	.010	.752	.019	.019	.016	.680	.681	.007	.005	.055	.038	.011
2	.035	.908	.930	.004	.008	.005	.055	.009	.008	.019	.005	.010	.084	.011	.005	.021	.013	.003	.050	.097	.063	.006
3	.917	.060	.038	.010	.020	.011	.317	.024	.014	.041	.016	.019	.721	.028	.011	.035	.025	.008	.902	.348	.248	.021
4	.014	.010	.010	.947	.899	.928	.102	.052	.051	.452	.023	.138	.059	.035	.020	.106	.181	.011	.016	.294	.098	.043
5	.010	.007	.007	.010	.017	.013	.110	.202	.027	.090	.091	.039	.044	.604	.888	.085	.049	.932	.010	.067	.142	.048
6	.019	.010	.010	.019	.032	.021	.386	.692	.025	.121	.855	.042	.075	.303	.060	.073	.051	.039	.017	.139	.412	.870

Заключение

В статье предложена оригинальная постановка и решение задачи идентификации и анализа устойчивости кластеров социотехнических систем на основе нечеткого когнитивного подхода, позволяющего трактовать все взаимосвязи и взаимозависимости между объектами социотехнической системы в виде нечетких отношений взаимовлияния, и, таким образом, применить для аппарат нечеткой каузальной алгебры.

Для решения задач идентификации кластеров в социотехнических системах обоснована совокупность показателей, основанная на нечетких отношениях взаимовлияния между этими объектами, и сформированная исходя из анализа нечетких когнитивных моделей.

Из всего множества системных показателей, основанных на согласованном нечетком отношении взаимовлияния для идентификации кластеров социотехнической системы по результатам проведенных исследований обоснован выбор совокупности следующих показателей: воздействия объекта на социотехническую систему; воздействия социотехнической системы на объект; согласованного влияния объекта на социотехническую систему.

Описана процедура кластеризации объектов и идентификация кластеров социотехнической системы, позволяющая в итоге оценить нечеткие степени принадлежности этих объектов к кластерам, а также определить их характеристические особенности по результатам анализа свойств (производственно-технологических, коммерческих, территориальных, логистических и иных) объектов, относящихся к каждому выделенному кластеру.

Для анализа устойчивости кластеров объектов в социотехнических системах предложен оригинальный способ, заключающийся в анализе результатов согласования нечетких отношений взаимовлияния между объектами каждого из идентифицированных кластеров социотехнической системы.

Представлены результаты использования предлагаемого подхода для идентификации и анализа устойчивости энергетической системы Смоленского региона.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-29-03088) и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № FSWF-2020-0019.

Список литературы

1. Savaget P., Geissdoerfer M., Kharrazi A. and Evansa S. The theoretical foundations of sociotechnical systems change for sustainability: A system-atic literature review // *Journal of Cleaner Production*. 2019. Vol. 206(1), pp. 878–892. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.09.208>.
2. Borrás S. and Edler J. (Eds) *The Governance of Socio-Technical Systems: Explaining Change*. – Cheltenham: Edward Elgar Publishing. 2014. <https://doi.org/10.4337/9781784710194>.
3. Nemtinov V., Zazulya A., Kapustin V. and Nemtinova Y. 2019 Analysis of decision-making options in complex technical system design // *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1278(1), p. 012018. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1278/1/012018>.
4. Ceschin F. and Gaziulusoy I. Evolution of design for sustainability: from product design to design for system innovations and transitions // *Design Studies*. 2016. Vol. 47, pp. 118–163. DOI: 10.1016/j.destud.2016.09.002.
5. Geels F.W. Ontologies, socio-technical transitions (to sustainability), and the multi-level perspective // *Research Policy*. 2010. Vol. 39, pp. 495–510. DOI: 10.1016/j.respol.2010.01.022.
6. Martin B R The evolution of science policy and innovation studies // *Re-search Policy*. 2012. Vol. 41, pp. 1219–1239. DOI: 10.1016/j.respol.2012.03.012.
7. Силов В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке. – М.: ИНПРО–РЕС, 1995 – 228 с.
8. Borisov V., Dli M., Zaenchkovsky A. and Fedulov Ya. Method for identification, stability analysis and the dynamics monitoring of sociotechnical clusters // *Journal of Physics: Conference Series*. 1553(2020), 012018 doi:10.1088/1742-6596/1553/1/012018.
9. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ: Пер. с англ. / Дж.О. Ким, Ч.У. Мьюллер, У.Р. Клекка и др.; Под ред. И.С. Енюкова. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 215 с.
10. Kaufman L., Rousseeuw P.J. *Finding Groups in Data. An Introduction to Cluster Analysis*. – John Wiley & Sons Inc., 2005. – PP. 83–102.
11. Bezdek J.C., Keller J., Krisnapuram R., Pal N. *Fuzzy Models and Algo-rithms for Pattern Recognition and Image Processing*. – Springer Science, New York, 2005. – 776 p.

References

1. Savaget P., Geissdoerfer M., Kharrazi A. and Evansa S. The theoretical foundations of sociotechnical systems change for sustainability: A system-atic literature review // *Journal of Cleaner Production*. 2019. Vol. 206(1), pp. 878–892. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.09.208>.
2. Borrás S. and Edler J. (Eds) *The Governance of Socio-Technical Systems: Explaining Change*. – Cheltenham: Edward Elgar Publishing. 2014. <https://doi.org/10.4337/9781784710194>.
3. Nemtinov V., Zazulya A., Kapustin V. and Nemtinova Y. 2019 Analysis of decision-making options in complex technical system design // *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1278(1), p. 012018. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1278/1/012018>.

4. Ceschin F. and Gaziulusoy I. Evolution of design for sustainability: from product design to design for system innovations and transitions // *Design Studies*. 2016. Vol. 47, pp. 118–163. DOI: 10.1016/j.destud.2016.09.002.
 5. Geels F.W. Ontologies, socio-technical transitions (to sustainability), and the multi-level perspective // *Research Policy*. 2010. Vol. 39, pp. 495–510. DOI: 10.1016/j.respol.2010.01.022.
 6. Martin B R The evolution of science policy and innovation studies // *Re-search Policy*. 2012. Vol. 41, pp. 1219–1239. DOI: 10.1016/j.respol.2012.03.012.
 7. Silov V. Making strategic decisions in a fuzzy environment. - М.: INPRO-RES, 1995 - 228 p.
 8. Borisov V., Dli M., Zaenchkovsky A. and Fedulov Ya. Method for identification, stability analysis and the dynamics monitoring of sociotechnical clusters // *Journal of Physics: Conference Series*. 1553(2020), 012018 doi:10.1088/1742-6596/1553/1/012018.
 9. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ: Пер. с англ. / Дж.О. Ким, Ч.У. Мьюллер, У.Р. Клекка и др.; Под ред. И.С. Енюкова. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 215 с.
 10. Kaufman L., Rousseeuw P.J. *Finding Groups in Data. An Introduction to Cluster Analysis*. – John Wiley & Sons Inc., 2005. – PP. 83–102.
 11. Bezdek J.C., Keller J., Krisnapuram R., Pal N. *Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing*. – Springer Science, New York, 2005. – 776 p.
-