



ОТКРЫТАЯ НАУКА
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности

Сайт журнала: <http://www.openaccessscience.ru/index.php/ijcse/>



УДК 621.646.7

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО СМЕШЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ С ДИСПЕРСНОЙ ФАЗОЙ В СМЕСИТЕЛЯХ НАСАДОЧНОГО ТИПА

Дударовская О.Г.

ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет», Казань, Россия (420066, г. Казань, ул. Красносельская, 51); e-mail: dg.olga5@mail.ru

С целью интенсивного смешения жидких сред, а также жидкостей с мелкодисперсной фазой рассмотрено применение статических смесителей насадочного типа. Представлен подход определения коэффициента скорости переноса частиц β_d для оценки эффективности смешения в каналах и проточных статических смесителях с насадкой. Математическая модель построена с использованием теории массопередачи и турбулентной миграции частиц. Основные параметры модели определяются через гидравлическое сопротивление при движении среды. Рассмотрены несколько видов нерегулярных насадок и выполнены расчеты эффективности смешения для смесителя, заполненного насадками различной формы. Приведены расчетные значения эффективности смешения для различных насадок в зависимости от числа Re . Данный подход позволяет достаточно точно определить эффективность смешения в аппаратах насадочного типа, что подтверждается данными промышленного внедрения.

Ключевые слова: математические модели, теория турбулентной миграции, статические смесители, насадки, эффективность.

MATHEMATICAL MODEL OF TURBULENT MIXING OF LIQUIDS WITH A DISPERSED PHASE IN MIXERS OF A NOZZLE TYPE

Dudarovskaya O.G.

Federal state-funded educational institution of the higher education "Kazan state power engineering university" Kazan, Russia (420066, Kazan, street Krasnoselsky, 51); e-mail: dg.olga5@mail.ru

For the purpose of intensive mixing of liquid media, as well as liquids with a finely dispersed phase, the use of packed-type static mixers is considered. An approach to determining the particle transfer rate coefficient β_d is presented to evaluate the mixing efficiency in channels and static flow mixers with a nozzle. The mathematical model is constructed using the theory of mass transfer and turbulent migration of particles. The main parameters of the model are determined through the hydraulic resistance during medium movement. Several types of irregular nozzles are considered and calculations of mixing efficiency for a mixer filled with nozzles of various shapes are performed. The calculated values of mixing efficiency for various nozzles depending on the number of Re are given. This approach allows you to accurately determine the effectiveness of mixing in the apparatus of the packed type, which is confirmed by the data of industrial implementation.

Keywords: mathematical models, theory of turbulent migration, static mixers, nozzles, efficiency.

Для более эффективного распределения растворенных веществ, взвешенных частиц, а также для диспергирования капель, пузырьков в жидкости, для более эффективного протекания химических реакций и процессов, а также с целью интенсификации процессов тепло- и массообмена применяют процесс смешения.

Традиционно для смешения сред используют аппараты с мешалками различными по конструкции. Такие смесители имеют множество ограничений в использовании, поэтому с целью повышения эффективности проведения процесса смешения важным является устранение существующих недостатков.

В последние годы широко используются в производстве статические смесители, также известные как смесители в которых отсутствуют какие-либо подвижные элементы, применяемые как при ламинарном, так и при турбулентном режимах движения среды [1-3].

Статические смесители имеют ряд преимуществ по сравнению с традиционными аппаратами, а именно:

- 1) простая конструкция, что выгодно в системах смешивания, начиная от простых операций смешивания и заканчивая химической реакцией и теплопередачей;
- 2) простая эксплуатация;
- 3) высокая производительность;
- 4) относительно простое внедрение в технологические линии, что позволяет использовать их либо в качестве самостоятельных аппаратов, либо в виде рабочих узлов различных машин и аппаратов.

Наиболее распространенным среди таких аппаратов является статический смеситель насадочного типа, в котором перемешивание осуществляется за счет энергии потока при совместном движении смешиваемых компонентов в насадочном слое. Экономическая эффективность применения статических смесителей насадочного типа обуславливается их компактностью, низкой металлоемкостью, простой конструкцией, высокой надежностью, низкими капитальными и эксплуатационными затратами, что дает большие перспективы эксплуатации.

Рассмотрим подход, основанный на теории турбулентной миграции частиц, для оценки эффективности работы насадочных статических смесителей при турбулентном режиме.

1. Постановка задачи

Статические смесители представляют собой трубчатые аппараты, состоящие из металлических вставок, которые вставляются в трубопровод и перенаправляют поток для улучшения контакта между материалами. В статье рассматривается статический смеситель насадочного типа.

Среда поступает на вход смесителя неоднократно рассекается хаотичными насадочными элементами и далее перемешивается с дисперсной фазой, представленной в виде мелких твердых частиц или капель другой жидкости практически нерастворимой со сплошной жидкой фазой.

Гидродинамические условия движения среды в смесителях насадочного типа, связанные со сложной геометрией каналов, формируемых размещением насадок, их размером, материалом, а также входными неравномерностями, существенно влияют на эффективность их работы. Поэтому для расчета основных характеристик, влияющих на эффективность процесса смешения, используют различного вида модели.

Для перемешивающих аппаратов широкое применение нашли методы математического моделирования, основанные на описании процесса переноса – гипотезе Колмогорова о каскадном процессе разрушения существующих в жидкости вихреобразований и гипотезе Ландау о характере затухания турбулентности в вязком подслое [4].

2. Эффективность перемешивания

В соответствии с теорией турбулентной миграции частиц поверхности контактных устройств (поверхности стенки) подразделяются на [5]:

1. абсолютно не поглощающие, т.е. где не удерживаются частицы;
 2. абсолютно поглощающие, т.е. на которых полностью удерживаются частицы.
- Например, при сепарации (физической коагуляции) нефтепродуктов из воды.

Тогда при эффективности $\eta = 100\%$ ($(C_n - C_k) / C_n = 1$) следует, что все частицы прилипли к стенке (элементам насадки). Для статического смесителя с хаотичными насадками можно ввести такое понятие как «псевдосепарация», в этом случае можно считать, что при эффективности $\eta = 1$ все частицы достигли поверхности насадки и отскочили обратно в поток, потому что поверхности стенки абсолютно не поглощающие. Таким образом, обеспечивается практически полное смешение, т.к. хаотичные насадки имеют большую удельную поверхность ($200 - 600 \text{ м}^2/\text{м}^3$) и однородно распределены по всему объему смесителя.

В таком случае в рамках рассмотренного выше подхода приближенно можно записать эффективность смешения по аналогии с массообменом, используя модели структуры потоков [6].

Выражение для определения эффективности процесса смешения, согласно модели идеального смешения, примет вид

$$\eta = \frac{N_d}{1 + N_d}, \quad (1)$$

где N_d – число единиц переноса (согласно теории массопередачи).

Для определения числа единиц переноса используем уравнения баланса массы и массоотдачи для дисперсных частиц. Запишем поток массы дисперсных частиц по нормали к поверхности насадки [7]

$$j = -GdC, \quad (2)$$

$$j = \rho\beta_d C_\infty dF, \quad (3)$$

где G – массовый расход среды, кг/с; ρ – плотность среды, кг/м³; β_d – коэффициент скорости переноса частиц, м/с; C_∞ – концентрация частиц в ядре потока, кг/кг; dF – элемент площади насадки, м².

Из равенства потоков массы (2) и (3) запишем соотношение [7]

$$\rho\beta_d C_\infty dF = GdC. \quad (4)$$

После разделения и интегрирования по всей поверхности согласно теории массопередачи выражение примет вид [7]

$$\int_{C_k}^{C_n} \frac{dC}{C_\infty} = \frac{\rho\beta_d F}{G} = N_d \quad (5)$$

Тогда на основе выражения (5) значение N_d для насадочного слоя запишется как

$$N_d = \frac{\rho\beta_d F}{G} = \frac{\rho\beta_d S H a_v}{\rho S u_{cp} \varepsilon_{св}} = 4 \frac{\beta_d H}{u_{cp} d_э}, \quad (6)$$

где S – площадь поперечного сечения смесителя, м²; H – длина насадочного слоя, м; u_{cp} – средняя скорость среды в насадке, м/с; a_v – удельная поверхность насадочного слоя, м²/м³; $\varepsilon_{св}$ – удельный свободный объем насадки, м³/м³; $d_э$ – эквивалентный диаметр насадки, м.

Таким образом, в рассмотренном подходе задача сводится к определению коэффициента скорости переноса частиц β_d .

Если пренебречь силами тяжести, а также броуновской диффузией частиц в ядре потока, коэффициент скорости переноса частиц будет совпадать с коэффициентом переноса импульса при одинаковой размерности.

Тогда используя установленную связь между коэффициентами переноса импульса и массы коэффициент скорости переноса частиц примет вид

$$\beta_d \approx \frac{\gamma}{(1 + \omega_E \tau_p)}, \quad (7)$$

где γ – коэффициент переноса импульса, м/с; ω_E – угловая частота энергоемких

пульсаций, c^{-1} ; τ_p – время релаксации, с.

Таким образом, сопротивление скорости переноса частиц в турбулентном пограничном слое можно записать как

$$\frac{1}{\beta_d} = \int_0^{\delta} \frac{j^* dy}{(v + v_T) / (1 + \omega_E \tau_p)}, \quad (8)$$

где v – коэффициент кинематической вязкости, m^2/c ; v_T – коэффициент турбулентной вязкости, m^2/c ; $j^* = j_c / j_{ст}$ – относительный поток массы частиц.

Коэффициент скорости переноса частиц β_d в явном виде можно получить путем интегрирования выражения (8) с применением трехслойной модели Кармана [8], согласно которой турбулентный пограничный слой состоит из вязкого подслоя, который соединяется с полностью развитой частью турбулентного течения переходной буферной областью. В каждой области турбулентного пограничного слоя профиль скорости и коэффициенты турбулентного обмена описываются различными функциями.

Трехслойная модель Кармана имеет следующее математическое описание [8]

$$\frac{v_T}{v} = 0, \text{ где } y^+ \in [0; 5], \quad (9)$$

$$\frac{v_T}{v} = 0, 2(y^+ - 5), \text{ } y^+ \in [5; 30], \quad (10)$$

$$\frac{v_T}{v} = 0, 4(y^+ - 2, 5), \text{ } y^+ \in [30; \delta]. \quad (11)$$

где y^+ – безразмерная координата; δ – толщина пограничного слоя, м.

На основе трехслойной модели пограничного слоя Кармана (9) - (11) сопротивление переносу скорости частиц (8) при турбулентном движении получит вид

$$\frac{1}{\beta_d} = (1 + \omega_E \tau_p) \left[\int_0^{\delta_1} \frac{dy}{v} + 5 \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{dy}{u_* y} + 2, 5 \int_{\delta_2}^{\delta} \frac{dy}{u_* y} \right], \quad (12)$$

где u_* – динамическая скорость, м/с.

После интегрирования выражения (12) коэффициент скорости переноса частиц β_d в турбулентном пограничном слое получит вид

$$\beta_d = \frac{u_*}{(1 + \omega_E \tau_p) [5 + 5 \ln 6 + 2, 5 (\ln \delta - \ln 30v / u_*)]} = \frac{u_*}{(1 + \omega_E \tau_p) \left[R_1 + 2, 5 \ln \left(\frac{R_\delta}{R_0} \right) \right]}, \quad (13)$$

где R_1 – безразмерная толщина вязкого подслоя; R_δ – безразмерная толщина пограничного слоя; R_0 – безразмерная толщина вязкого подслоя в трехслойной модели.

Полученное выражение является достаточно общим и позволяет определить коэффициент скорости переноса частиц в смесителе (без насадки) при турбулентном движении среды с вычислением соответствующих параметров R_1 ; R_δ ; R_0 .

Значительно более сложной является задача определения теоретическим путем коэффициента скорости переноса частиц в смесителе с насадочным слоем, что связано с наличием возмущений таких как, сужение, расширение потока в насадочном слое, шероховатость поверхности, кривизна и т.д.

Для определения параметров в пограничном слое рассмотрим подход, заключающийся в использовании известных свойств консервативности законов трения и теплообмена к возмущающим воздействиям (исследования Леонтьева, Кутателадзе).

Таким образом, коэффициент скорости переноса частиц запишем как [7]

$$\beta_d = \frac{u_*}{(1 + \omega_E \tau_p) \left[\overline{R}_1 + 2.5 \ln \left(\frac{\overline{R}_\delta}{\overline{R}_0} \right) \right]}, \quad (14)$$

где параметры \overline{R}_0 , \overline{R}_δ , \overline{R}_1 определим путем отношения потоков импульса в невозмущенном и возмущенном пограничном слое при одинаковой средней скорости движения среды.

3. Гидромеханические характеристики пограничного слоя

Сначала рассмотрим определение значения R_1 в пограничном слое при наличии гидродинамических возмущений через известное число $R_{1o} = 11.6$ на пластине.

Для этого запишем отношение [9]

$$\frac{R_{1o}}{R_1} = \frac{(u_* \delta_1)_o}{u_* \delta_1}, \quad (15)$$

где параметры с индексом «о» относятся к пограничному слою на пластине, а без индекса – к пограничному слою на межфазной поверхности.

Коэффициент трения на пластине имеет вид [9]

$$C_{fo} = \frac{2\tau}{\rho u_{cp0}^2}, \quad (16)$$

где τ – касательное напряжение, Па.

Коэффициент трения в пограничном слое на границе раздела двухфазной системы запишется как [9]

$$C_f = \frac{2\tau}{\rho u_{cp}^2}. \quad (17)$$

С учетом допущения, что поток импульса поперек вязкого подслоя величина постоянная, выражения касательного напряжения в (16) - (17) запишется как

$$\tau_o = \nu \rho \left(\frac{u_1}{\delta_1} \right)_o, \quad (18)$$

$$\tau = \nu \rho \left(\frac{u_1}{\delta_1} \right). \quad (19)$$

Таким образом, при одинаковой скорости движения однофазного потока на пластине и двухфазного потока $U_{\infty o} = U_\infty$ и $u_{1o} = u_1$, формула для определения значения R_1 в пограничном слое на межфазной поверхности турбулентной среды имеет вид [9]

$$R_1 = R_{1o} \frac{u_{cp}}{u_*} \sqrt{C_{fпл} / 2}. \quad (20)$$

С использованием выше рассмотренного подхода получим выражения для определения характеристик пограничного слоя на стенке в канале, заполненном насадочным слоем.

Выполняя аналогичный вывод только для насадки, с учетом принятой трехслойной модели Кармана получим

$$\overline{R}_1 = R_1 \frac{u_{*0}}{u_*} = 13.96 \frac{u_{*0}}{u_*}, \quad (21)$$

$$\overline{R}_1 = 1.68 \cdot \text{Re}_s^{0.125} / \xi^{0.25}, \quad (22)$$

$$\overline{R}_0 = R_0 \frac{u_{*0}}{u_*} = 30 \frac{u_{*0}}{u_*}, \quad (23)$$

$$\overline{R_0} = 3.6 \cdot \text{Re}_3^{0.125} / \xi^{0.25}. \quad (24)$$

где Re_3 – эквивалентное число Рейнольдса; ξ – коэффициент гидравлического сопротивления.

Экспериментальные исследования характеристик диффузионного пограничного слоя методом голографической интерферометрии показали, что пограничный слой на поверхности твердой частицы в турбулентной жидкости сочетает в себе черты характерные для ламинарного и турбулентного слоя и представляется как псевдоламинарный [10].

В связи с этим среднюю толщину такого слоя на элементе насадки можно найти по известному выражению

$$\delta \approx 3.33 \sqrt{\nu l / u}, \quad (25)$$

где l – длина пути перемешивания, м.

Тогда с учетом (25) безразмерная толщина пограничного слоя примет вид

$$\overline{R_\delta} = 6.49 \cdot (\text{Re}_3 \cdot \xi)^{0.25}. \quad (26)$$

4. Число единиц переноса

Коэффициент скорости переноса частиц β_d (14) с параметрами примет вид

$$\beta_d = \frac{1.85 \cdot \nu \cdot \text{Re}_3^{0.75} \cdot (\xi / 2)^{0.25}}{(1 + \omega_E \tau_p) \cdot d_3 \cdot \left[1.68 \text{Re}_3^{0.125} / \xi^{0.25} + 2.5 \ln(1.8 \text{Re}_3^{0.125} \xi^{0.5}) \right]}. \quad (27)$$

Тогда можно записать выражение безразмерного комплекса Стантона

$$\text{St}_d = \frac{1.85 \cdot (\xi / 2)^{0.25}}{(1 + \omega_E \tau_p) \cdot \left[1.68 \text{Re}_3^{0.125} / \xi^{0.25} + 2.5 \ln(1.8 \text{Re}_3^{0.125} \xi^{0.5}) \right]} \cdot \text{Re}_3^{0.25}. \quad (28)$$

Число единиц переноса для каналов с насадочным слоем запишется как

$$N_d = \text{St}_d \cdot a_v \cdot H. \quad (29)$$

Таким образом, полученные выражения (27), (28) позволят определить эффективность процесса смешения сред в каналах с насадочным слоем, применяя модели гидродинамических структур потоков.

5. Результаты расчетов

На основе выражений (1), (28), (29) описывающих модели структуры потоков были произведены расчеты в рамках поставленной задачи и построен график зависимости эффективности смешения от числа Рейнольдса (рисунок 1).

При расчетах принималось: в реакторе, заполненном реакционной массой, имеющей при температуре ведения процесса следующие характеристики $\mu_c = 150 \cdot 10^{-3}$ Па·с и $\rho_c = 1200$ кг/м³; необходимо обеспечить равномерное распределение твердых частиц катализатора с наибольшим размером $d_ч = 1,3$ мм и плотностью $\rho_ч = 2450$ кг/м³; в качестве насадок использовались – кольца Рашига (разм. 10 мм); седла Инталокс (разм. 12,5 мм); кольца Палля (разм. 16 мм); длина насадочного слоя $H = 1,8$ м.

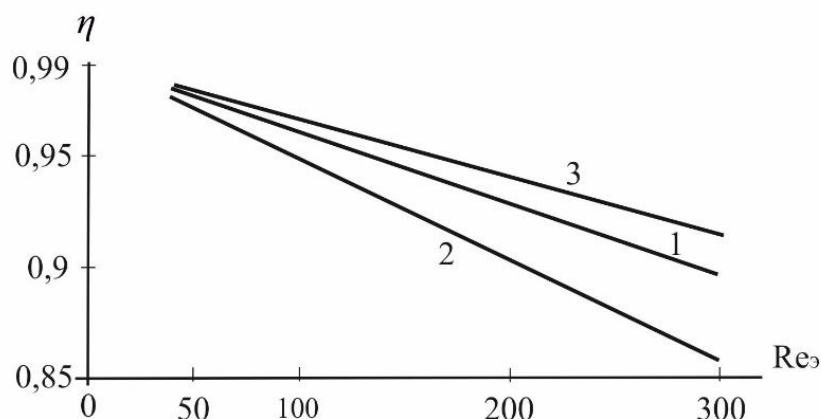


Рисунок – 1 Зависимость η эффективности смешения (выражение 1) от числа Рейнольдса Re_3 для различных насадок: 1 – кольца Рашига (разм. 10 мм); 2 – седла Инталокс (разм. 12,5 мм); 3 – кольца Палля (разм. 16 мм).

Как видно из графика, с увеличением числа Рейнольдса эффективность процесса смешения уменьшается, что связано с увеличением средней скорости среды. В данном примере процесс смешения желательно проводить при значениях $Re_3 = 50 \div 200$.

Данный подход позволяет учесть многочисленные факторы, влияющие на эффективность смешения в статических смесителях при различных режимах работы, а также решить проблемы реальных производственных объединений в случае внедрения нового оборудования или модернизации существующего.

Примечательно, что несмотря на ограничительную литературную информацию о статических смесителях, их успешно внедряют в производство и поэтому исследование таких процессов остается актуальным.

Список литературы

1. Чаусов Ф.Ф. Отечественные статические смесители для непрерывного смешивания жидкостей // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2009. №3. С. 11-14.
2. Богданов В.В., Христофоров Е.А., Клоцунг Б.А. Эффективные малообъемные смесители. Л.: Химия, 1989. 224 с.
3. Фарахов Т.М., Лаптев А.Г. Оценка эффективности статических смесителей насадочного типа // Вестник КГЭУ. №4. 2010. С. 20-25.
4. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967. 502 с.
5. Медников Е.П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. М.: Наука, 1980. 176 с.
6. Рамм В.М. Абсорбция газов. М.: Химия, 1976. 656 с.
7. Лаптев А.Г., Фарахов Т.М., Дударовская О.Г. Математическая модель перемешивания жидкостей с дисперсной фазой при ламинарном и турбулентном режимах в насадочных смесителях // Теоретические основы химической технологии. 2015. Т.49, №1. С.23-32.
8. Лаптев А.Г. Модели пограничного слоя и расчет тепломассообменных процессов. Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2007. 500 с.
9. Дьяконов С.Г., Лаптев А.Г., Данилов В.А. Моделирование массопередачи при неэквимолярной неизотермической ректификации многокомпонентных смесей в барботажном слое. Казань: КХТИ, 1992. 50 с.
10. Дьяконов С.Г., Сосновская Н.Б., Клинова Л.П. Исследование диффузионных пограничных слоев методом голографической интерферометрии // Докл. АН СССР. 1982. Т.264, № 4. С. 905-908.

References

1. Chausov F.F. Domestic static mixers for continuous mixing liquids // Chemical and oil and gas engineering. 2009. No3. S. 11-14.
 2. Bogdanov V.V., Khristoforov E.A., Klotsung B.A. Efficient low volume mixers. L.: Chemistry, 1989. 222 p.
 3. Farakhov T.M., Laptev A.G. Evaluation of the effectiveness of static nozzle mixers type // Vestnik KGEU. № 4. 2010. S. 20-25.
 4. Frank-Kamenetsky D.A. Diffusion and heat transfer in chemical kinetics. M.:Science,1967.502.
 5. Mednikov E.P. Turbulent transport and deposition of aerosols. M.: Nauka, 1980.176 p.
 6. Ramm V.M. Gas absorption. M.: Chemistry, 1976. 656 p.
 7. Laptev A.G., Farakhov T.M., Dударовская O.G. Mathematical model of mixing dispersed phase liquids under laminar and turbulent modes in packed mixers // Theoretical Foundations of Chemical Technology. 2015. V. 49, No. 1. S.23-32.
 8. Laptev A.G. Models of the boundary layer and calculation of heat and mass transfer processes. Kazan: Publishing House of Kazan. University, 2007. 500 p.
 9. Dyakonov S.G., Laptev A.G., Danilov V.A. Mass transfer simulation at non-equimolar non-isothermal rectification of multicomponent mixtures in bubbling layer. Kazan: KHTI,1992. 50 p.
 10. Dyakonov S.G., Sosnovskaya N.B., Klinova L.P. Diffusion study boundary layers by the method of holographic interferometry // Dokl. USSR Academy of Sciences. 1982. T.264, No. 4. S. 905-908.
-